

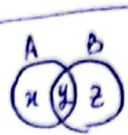


ردیف	نکته مهم؛ نوشتن راه حل الزامی است.	صفحه ۱	نمره ۵
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص نمایید.	الف) تابعی که دامنه و بردش برابر باشد یک تابع همبانی است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست ب) اولین قدم در استفاده از علم آمار، جمع آوری داده‌ها است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست ج) خط $x = 2$ یک تابع است. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست د) اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند آنگاه $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست	۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵
۲	با بررسی نقایص ۷۰ محصول یک کارخانه، مشخص شد تعداد محصولاتی که فقط نقص A را دارند دو برابر تعداد محصولاتی است که فقط نقص B را دارند. همچنین تعداد محصولاتی که هر دو نقص را دارند، نصف تعداد محصولاتی است که فقط نقص B را دارند. چند محصول فقط نقص A را دارند؟		۰/۷۵
۳	در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله‌ی اول ۳ و مجموع سه جمله‌ی بعدی ۳۹ است. دنباله را بنویسید.		۰/۷۵
۴	اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و انتهای کمان α در ربع دوم باشد. سایر نسبتهای مثلثاتی α را به دست آورید.		۱
۵	مقدار $\cos 15^\circ$ را به محاسبه کنید.		۰/۵
۶	الف) عبارت مقابل را ساده کنید. ب) مقایسه کنید ($>$ ، $=$ ، $<$). ج) مخرج کسر مقابل را گویا کنید.	$\sqrt[3]{\sqrt{8}} + 2^{\frac{1}{2}} + \sqrt[3]{-16} =$ $\sqrt{2} \square \sqrt[3]{3}$ $\left(\frac{0}{3}\right)^5 \square \left(\frac{0}{3}\right)^2$ $\frac{1}{\sqrt{5}-1}$	۱ ۰/۵ ۰/۵
۷	نامعادله زیر را حل کرده و جواب را به صورت بازه بنویسید.	$\frac{x^3 - x}{x^2 - 2x + 2} \leq 0$	۱
۸	نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور y را در ۲ و محور طولها را در ۲ و ۱- قطع می‌کند. معادله سهمی را بنویسید.		۱
۹	مقادیر x و y را طوری بیابید که رابطه‌ی زیر تابع شود.	$f = \{(-1, 2x - y), (2, 4), (-1, -1), (x, x - y), (2, x + y)\}$	۰/۷۵
۱۰	اگر $f = \{(5, 1), (3, -2)\}$ و $g = \{(1, 2), (3, -2), (-2, 1), (2, 5)\}$ تابع باشند. مقادیر زیر را حساب کنید. الف) $f(g(g(1))) =$ ب) $g(3) + 2f(3) =$		۱
۱۱	الف) نمودار تابع $f = \begin{cases} x^2 & x > 2 \\ 3x - 1 & x \leq 0 \end{cases}$ را رسم کنید. ب) مقدار $f(3)$ و $f(-1)$ را حساب کنید.		۱/۵



ردیف	نکته مهم: نوشتن راه حل الزامی است.	صفحه ۲	نمره
۱۲	چند عدد شش رقمی بدون تکرار ارقام با اعداد ۱ تا ۶ می توان نوشت که در آنها ارقام ۲ و ۳ کنار هم نباشند.		۰/۷۵
۱۳	با حروف کلمه « جمهوری » و بدون تکرار حروف، چند کلمه سه حرفی می توان نوشت که: (الف) شامل حرف نقطه دار نباشد. (ب) شامل حرف نقطه دار باشد.		۰/۵ ۰/۵
۱۴	(الف) با ارقام ۱و۲و۳و۴و۸و۹ و بدون تکرار ارقام، چند عدد شش رقمی می توان نوشت؟ (ب) در چه تعداد از آنها ارقام فرد کنار هم قرار دارند؟ (ج) در چه تعداد از آنها ارقام زوج و فرد یکی در میان واقع شده اند؟		۰/۲۵ ۰/۵ ۰/۵
۱۵	تعداد ۱۲ نقطه روی دو خط موازی (مطابق شکل) واقعند. به چند طریق می توان مثلثی رسم کرد که رأس های آن از این نقاط انتخاب شوند.		۱
۱۶	در جعبه ای ۴ مهره سیاه، ۵ مهره سفید و ۳ مهره قرمز وجود دارد. به تصادف ۳ مهره از جعبه خارج می کنیم. مطلوب است احتمال آن که: (الف) سه مهره از رنگ های متمایز باشند. (ب) سه مهره از یک رنگ باشند.		۱ ۰/۷۵
۱۷	احتمال اینکه امین در آزمون ریاضی قبول شود ۶۰ درصد و احتمال قبولی او در آزمون رانندگی ۳۰ درصد است. در صورتی که احتمال قبولی امین در حداقل یکی از این دو آزمون برابر ۷۲ درصد باشد، با چه احتمالی در هر دو آزمون قبول خواهد شد؟		۱
۱۸	اگر ۷ نفر را که دو نفر آنها برادرند، در یک صف قرار دهیم. چقدر احتمال دارد آن دو برادر کنار هم <u>نباشند</u> .		۱
۱۹	برای هر یک از متغیرهای آماری زیر یک مثال بیاورید. (الف) کمی پیوسته: (ب) کمی گسسته: (ج) کیفی اسمی: (د) کیفی ترتیبی:		۱
۲۰	مجموع	موفق باشید.	

تست (ب) درست (ج) نادرست (د) درست



$$x = 2z$$

$$y = \frac{z}{2}$$

$$x + y + z = 2z + \frac{z}{2} + z = \frac{7z}{2} = 7 \Rightarrow z = 2$$

$$x = 2z = 4$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 3 \Rightarrow \frac{3}{2}(a_1 + a_2) = \frac{3}{2}(2a_1 + 2a_2) = 3(a_1 + a_2) = 3$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 = 1 \quad \text{I,}$$

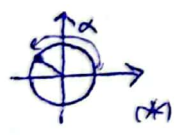
$$a_3 + a_4 + a_5 = \frac{3}{2}(a_3 + a_4) = \frac{3}{2}(2a_3 + a_1 + 2a_4 + a_1) = \frac{3}{2}(2a_3 + 2a_4 + 2a_1) = 3(a_1 + a_3 + a_4)$$

$$= 3(a_1 + 2a_4) = 12 \Rightarrow a_1 + 2a_4 = 4 \quad \text{II,}$$

$$\text{II} - \text{I} : 2a_4 = 3 \Rightarrow a_4 = \frac{3}{2} \quad a_1 = -\frac{1}{2}$$

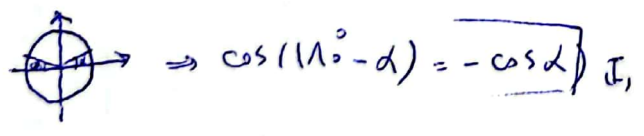
-3, 1, 5, 9, ...

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \xrightarrow{\sin \alpha = \frac{3}{5}} \cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \xrightarrow{(*)} \cos \alpha = -\frac{4}{5}$$



$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4} \quad \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = -\frac{4}{3}$$

$$\cos(100^\circ) = \cos(110^\circ - 10^\circ) \xrightarrow{\text{II}} \cos(100^\circ) = -\cos 40^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\sqrt[3]{\sqrt{16}} = \sqrt[3]{2^4} = 2^{4/3} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2}$$

$$\sqrt[3]{-16} = \sqrt[3]{-1} \times \sqrt[3]{16} = -\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{16}} + \sqrt{2} + (-\sqrt[3]{16}) = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$(\sqrt[3]{2})^2 \cdot (\sqrt[3]{2})^2 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}-1} \times \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+1} = \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}$$

$$\frac{x^3 - x}{x^2 - 2x + 2} \leq 0 \xrightarrow{\text{نمونه مثبت}} x^3 - x \leq 0 \rightarrow 0 \leq x \leq 1 \quad [0, 1]$$

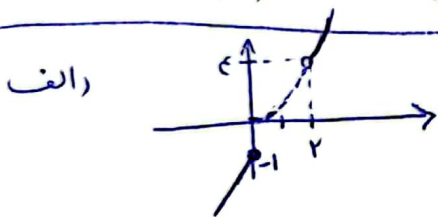
۲ محور $y \rightarrow (0, 2)$

۲ محور $x \rightarrow (2, 0) / (-1, 0) \rightarrow y = (x)(x+1)(x-2) \xrightarrow{(0, 2)} y = (0)(1)(-2) \rightarrow$
 $y = -(x+1)(x-2) = -(x^2 - x - 2) = -x^2 + x + 2 \quad (a = -1)$

$$\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + y = 4 \end{cases} \xrightarrow{+} 3x = 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

الف $f(g(g(1))) = f(g(2)) = f(0) = 1$

ب $-2 + (2)(-2) = -2 - 4 = -6$



ب $f(3) = 9$

$f(-1) = 3 \times (-1) - 1 = -4$

$6! - (2! \times 5!)$
 ↓ حالات
 حالتی که ۲ در
 کنار هم باشند
 ↓
 ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱
 ۵ جایگشت \times ۲! جایگشت داخل جعبه
 ۵ جعبه

الف $\binom{4}{3} 3! + \binom{4}{2} 2! = 4 \times 3! + 6 \times 2! = 24 + 12 = 36$

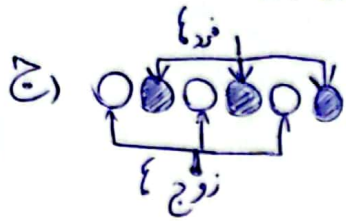
انتخاب ۳ تا از ۴ و ۴ و ۳ تا
 ۲ تا از ۴ و ۲ و ۲ را انتخاب می کنیم و حرف دومی را آخرین حرف قرار می دهیم

ب $\binom{6}{3} 3! = 36 = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3 \times 2} - 36 = 120 - 36 = 84$

الف) ۶!

ب) (۱), (۴), (۲), (۳), (۶)

$$۴! \times ۳!$$



$$۳! \times ۳! \times ۲$$

عدد با زوج شروع شود یا فرد

۲ راس از بالا
۱ راس از پایین
۲ راس از چپ
۲ راس از راست

$$\binom{5}{2} \binom{7}{1}$$

$$\binom{7}{2} \binom{5}{1}$$

$$+ \Rightarrow 7_0 + \frac{5 \times 7 \times 6}{2} = 7_0 + 105 = 112$$

۱۵

الف)
$$\frac{\binom{4}{1} \binom{5}{1} \binom{3}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{4 \times 5 \times 3}{12 \times 11 \times 10 / 6} = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$$

۱۶

ب)
$$\frac{\binom{4}{3}}{\binom{12}{3}} + \frac{\binom{5}{3}}{\binom{12}{3}} + \frac{\binom{3}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{4 \times 3 \times 2}{12 \times 11 \times 10} + \frac{5 \times 4 \times 3}{12 \times 11 \times 10} + \frac{1}{12 \times 11 \times 10} = \frac{15}{12 \times 11 \times 10} = \frac{15}{1320} = \frac{1}{88}$$

← هر کم بسیار
← هر کم سفید
← هر کم قرمز

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0,72 = 0,4 + 0,3 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0,18$$

۱۷

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6! \times 2!}{7!} = \frac{2}{7}$$

→ احتمال اینکه دو برادر کنار هم بنشینند

$$P(A') = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

→ احتمال اینکه دو برادر کنار هم نباشند

۱۸

۱۹ الف) وزن اشخاص ب) تعداد بردهای یک بازیکن ج) گروه خون د) مدارج علمی (دیپلم، لیسانس، ...)