

۸-۵ قانون دوم ترمودینامیک (به بیان ماشین گرمایی)

۲۰) مخترعی مدعی است ماشینی ساخته که بین نقطه‌های جوش (در فشار متعارف جو) و انجماد کار می‌کند و بازدهی آن ۷۰٪ درصد است. آیا ادعای این مخترع می‌تواند درست باشد؟ توضیح دهید.

بازده کارنوی ماشین گرمایی که بین این دو دما کار می‌کند را بدست می‌آوریم:

$$T_H = 100 + 273 = 373K, \quad T_L = 0 + 273 = 273K, \quad \eta = ?$$

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{273}{373} = 1 - 0.73 = 0.27 \rightarrow \eta = 27\%$$

با توجه به اینکه حداکثر بازده ماشین گرمایی که بین این دماها کار می‌کند، ۲۷ درصد است، ادعای این مخترع نادرست است. (۲۱) می‌خواهیم بازده یک ماشین کارنو را افزایش دهیم. با مثالی عددی بررسی کنید آیا بهتر است که دمای منبع دما بالا را افزایش دهیم یا دمای منبع دما پایین را به همان مقدار کاهش دهیم؟

با فرض $T_H = 4K$ و $T_L = 2K$ بازده کارنو برابر است با:

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{2}{4} = 0.5$$

اگر دمای منبع بالا را یک درجه افزایش دهیم داریم:

$$\eta = 1 - \frac{2}{4+1} = \frac{3}{5} = 0.6$$

اگر دمای منبع پایین را یک درجه کاهش دهیم داریم:

$$\eta = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 0.75$$

با توجه به نتایج به دست آمده در مثال فوق برای افزایش بازده ماشین کارنو بهتر است دمای منبع دما پایین را کاهش دهیم. (۲۲) مخترعی ادعا می‌کند چهار ماشینساخته است که هر یک بین منبع‌های با دمای ۳۰۰K و ۴۰۰K کار می‌کنند. داده‌های هر ماشین در هر چرخه عبارت‌اند از:

$W = -40J$	$Q_L = -1750J$	$Q_H = 2000J$	ماشین A
$W = -400J$	$Q_L = -200J$	$Q_H = 500J$	ماشین B
$W = -400J$	$Q_L = -200J$	$Q_H = 600J$	ماشین C
$W = -10J$	$Q_L = -90J$	$Q_H = 100J$	ماشین D

با فرض آرمانی بودن این چهار ماشین:

الف) کدام یک از ماشین‌ها قانون اول ترمودینامیک را نقض می‌کنند؟

قانون اول ترمودینامیک همان قانون اول پایستگی انرژی است یعنی در هر ماشین گرمایی $Q_H = |Q_L| + |W|$ بنابراین:

ماشین A : $\begin{cases} |Q_L| + |W| = 1750 + 40 = 1790J \\ Q_H = 2000J \end{cases} \rightarrow Q_H \neq |Q_L| + |W| \rightarrow$ قانون اول نقض می‌شود

ماشین B : $\begin{cases} |Q_L| + |W| = 400 + 200 = 600J \\ Q_H = 500J \end{cases} \rightarrow Q_H \neq |Q_L| + |W| \rightarrow$ قانون اول نقض می‌شود

ماشین C : $\begin{cases} |Q_L| + |W| = 400 + 200 = 600J \\ Q_H = 600J \end{cases} \rightarrow Q_H = |Q_L| + |W| \rightarrow$ قانون اول برقرار است

ماشین D : $\begin{cases} |Q_L| + |W| = 10 + 90 = 100J \\ Q_H = 100J \end{cases} \rightarrow Q_H = |Q_L| + |W| \rightarrow$ قانون اول برقرار است

(ب) کدام یک از ماشین‌ها قابل ساخت هستند؟

حداکثر بازده یک ماشین گرمایی که بین دو منبع گرم و سرد با دمای 300K و 400K کار می‌کند برابر است با:

$$\eta_{\text{کارنو}} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{300}{400} = \frac{1}{4} = 0.25 \rightarrow \eta = 0.25$$

بازده ماشین‌های C و D را محاسبه کرده و با بازده کارنو مقایسه می‌کنیم، ماشینی قابل ساخت است که در آن هم قضیه کارنو و هم قانون اول ترمودینامیک برقرار باشد:

$$\eta_C = 1 - \frac{|Q_L|}{|Q_H|} = 1 - \frac{200}{600} = 1 - 0.33 = 0.67 \rightarrow \eta_C > \eta \rightarrow \text{قضیه کارنو برقرار نیست:}$$

$$\eta_D = 1 - \frac{|Q_L|}{|Q_H|} = 1 - \frac{900}{1000} = 1 - 0.9 = 0.1 \rightarrow \eta_D < \eta \rightarrow \text{قضیه کارنو برقرار است:}$$

(۲۳) یک ماشین کارنو بین دماهای 280K و 360K کار می‌کند. این ماشین در هر چرخه 750J گرما از منبع دما بالا می‌گیرد.

(الف) در هر چرخه $|W|$ چقدر است؟

$$T_L = 280\text{K}, T_H = 360\text{K}, Q_H = 750\text{J}, |W| = ?, |Q_L| = ?$$

$$\eta_{\text{کارنو}} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{280}{360} = 1 - \frac{28}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \rightarrow |W| = \eta Q_H = \frac{2}{9} \times 750 = \frac{500}{3} \rightarrow |W| = \frac{500}{3}\text{J}$$

(ب) در هر چرخه چقدر گرما به منبع دما پایین داده می‌شود؟

$$|Q_L| = Q_H - |W| \rightarrow |Q_L| = 750 - \frac{500}{3} = \frac{1750}{3} \rightarrow |Q_L| = \frac{1750}{3}\text{J}$$

۹-۵ قانون دوم ترمودینامیک و یخچال‌ها

(۲۴) قرار است نیم‌ساعت دیگر مهمانی برای شما برسد در حالی که هیچی یخی را برای نوشابه‌ی خود آماده نکرده‌اید. به سرعت 1L آب 10°C را در قالب‌های یخ می‌ریزید و در فریزر قرار می‌دهید. آیا در زمانی که مهمان می‌رسد، یخ خواهید داشت؟ ضریب عملکرد یخچال $4/0$ و توان آن 110W است. (فرض کنید تمامی انرژی الکتریکی یخچال صرف سرد کردن و یخ زدن آب می‌شود.)

$$V = 1\text{L} = 1 \times 10^{-3}\text{m}^3, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}, L_{\text{ف}} = 333 / 7 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$K = 4, P = 110\text{W}, t = ?$$

با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ جرم آب را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho V = 1000 \times 1 \times 10^{-3} = 1\text{kg} \rightarrow m = 1\text{kg}$$

مقدار گرمایی که 1kg آب 10°C از دست می‌دهد تا به یخ 0°C تبدیل شود به صورت زیر به دست می‌آید:

$$Q = mc\Delta\theta - mL_{\text{ف}} = 1 \times 4200 \times (0 - 10) - (1 \times 333 / 7 \times 10^3)$$

$$= -4200 - 333700 = -375700 \rightarrow |Q_L| = 375700\text{J}$$

کاری که یخچال از آب یخ زدن می‌گیرد:

کاری که یخچال برای یخ زدن آب انجام می‌دهد:

$$K = \frac{|Q_L|}{W} \rightarrow W = \frac{|Q_L|}{K} = \frac{375700}{4} = 93925J \rightarrow W = 93925J$$

زمانی که طول می‌کشد تا آب یخ بزند:

$$P = \frac{W}{t} \rightarrow t = \frac{W}{P} = \frac{93925}{110} = 853S \rightarrow t \simeq 14 \text{ min}$$

با توجه به اینکه تقریباً ۱۴ دقیقه طول می‌کشد تا همه آب به یخ 0°C تبدیل شود زمان کافی برای درست کردن یخ خواهیم داشت.

(۲۵) یک کولر گازی در هر دقیقه $9/0 \times 10^4 J$ گرما از اتاق می‌گیرد و در همان مدت $1/3 \times 10^5 J$ گرما به فضای بیرون می‌دهد. با فرض آرمانی بودن کولر،

الف) توان مصرفی این کولر چند وات است؟

$$t = 60s, \quad |Q_L| = 9 \times 10^4 J, \quad Q_H = 13 \times 10^4 J, \quad P = ?, \quad K = ?$$

برای بدست آوردن توان مصرفی کولر ابتدا باید کار انجام شده توسط کولر را محاسبه کرد:

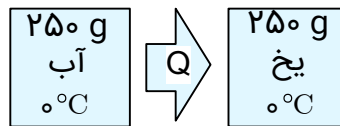
$$\text{در یخچال‌ها: } |Q_H| = Q_L + W \rightarrow W = |Q_H| - |Q_L| = 13 \times 10^4 - 9 \times 10^4 = 4 \times 10^4 J \rightarrow W = 4 \times 10^4 J$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{4 \times 10^4}{60} = \frac{2}{3} \times 10^3 W \rightarrow P = \frac{2}{3} \times 10^3 W \text{ توان مصرفی کولر}$$

ب) ضریب عملکرد آن چقدر است؟

$$K = \frac{|Q_L|}{W} = \frac{9 \times 10^4}{4 \times 10^4} = 2/25 \rightarrow K = 2/25 \text{ ضریب عملکرد کولر}$$

(۲۶) فرض کنید 250 g آب صفر درجه سلسیوس در اختیار داریم. می‌خواهیم با قرار دادن این آب در یخچال، یخ تهیه کنیم. یخچال در اتاقی قرار دارد که دمای آن $22/0^\circ\text{C}$ است. دمای داخل یخچال در $5/0^\circ\text{C}$ ثابت نگه داشته شده است. کمترین مقدار انرژی الکتریکی که باید به یخچال داده شود تا یخ صفر درجه‌ی سلسیوس تشکیل شود، چقدر است؟



$$m = 250g = 0/25kg, \quad T_H = 22 + 273 = 295K, \quad T_L = -5 + 273 = 268K, \quad W = ?$$

$$\text{یخ } 333/7 \times 10^3 \frac{J}{kg}$$

$$Q_L = -mL_F = -0/25 \times 333/7 \times 10^3 = -83425J \rightarrow Q_L = 83425J$$

کمترین مقدار انرژی داده شده به یخچال زمانی است که یخچال بیشترین بازده را داشته باشد: کارنو $K =$

ضریب عملکرد یخچال:

$$K_{\text{کارنو}} = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \frac{268}{295 - 268} = \frac{268}{27} \simeq 10 \rightarrow K_{\text{کارنو}} = K = 10$$

$$K = \frac{|Q_L|}{W} \rightarrow W = \frac{|Q_L|}{K} = \frac{83425}{10} = 8342/5J \rightarrow W = 8342/5J$$