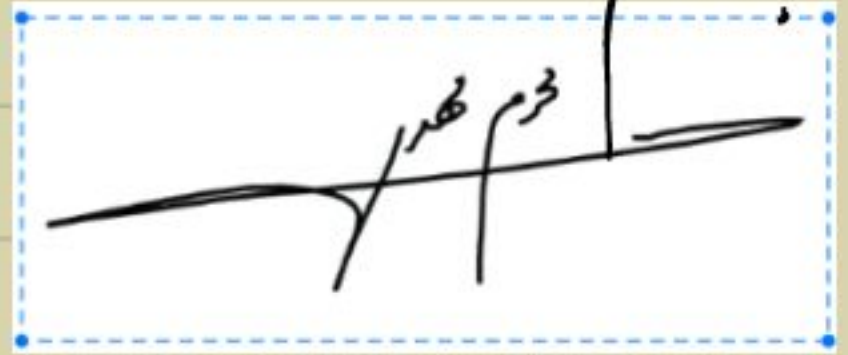


۹۹, ۷, ۱۳

حل مسائل درس سوم از فصل اول

حسابان! // ریاضی

به نام خدا



09213102271--09125102271--@moharrammahdi

صفحه ۱۸

کارد در کلاس

در مسئله ماهی‌های تزئینی حالت سومی هم وجود داشت که نمک به اندازه کافی موجود نباشد. فرض کنیم در مغازه فقط ۵ کیلوگرم نمک موجود باشد و کارگر ناچار است همان را به محلول بیفزاید. چند کیلوگرم از آب محلول را باید تبخیر کند تا به محلول ۷ درصدی نمک مورد نظر برسد؟

$$\text{وزن نمک} = ۸ + ۵ = ۱۳$$

$$\text{وزن کل محلول} = ۲۰۰ + ۵ = ۲۰۵$$

$$\frac{۱۳}{۲۰۵ - y} = \frac{۷}{۱۰۰} \Rightarrow ۷(۲۰۵ - y) = ۱۳ \times ۱۰۰$$

$$۱۴۳۵ - ۷y = ۱۳۰۰$$

$$۱۴۳۵ - ۱۳۰۰ = ۷y \Rightarrow ۷y = ۱۳۵$$

$$y = \frac{۱۳۵}{۷} \approx ۱۹,۲۹$$

۱ معادلہ $\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{2}{x-2} = 3$ را حل کنید.

رہنما کی فرج $x-2=0 \rightarrow D = \mathbb{R} - \{2\}$
 $x=2$ *

بین شرح ہا ل م م
 بدست می آوریم
 $(x-2)^2$
 $x-2$
 ۱

م م م = $(x-2)^2$

$$(x-2)^2 \left[\frac{1}{(x-2)^2} + \frac{2}{(x-2)} = \frac{3}{1} \right]$$

$$1 + 2(x-2) = 3(x-2)^2$$

$$1 + 2x - 4 = 3(x^2 - 4x + 4) = 3x^2 - 12x + 12$$

$$3x^2 - 14x + 11 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\left. \begin{array}{l} a=3 \\ b=-14 \\ c=11 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta = (-14)^2 - 4(3 \times 11) = 196 - 132 = 64$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{14 + 8}{2} = \frac{22}{2} = 11 \in D \rightarrow \text{وق}$$

$$x = \frac{14 - 8}{2} = \frac{6}{2} = 3 \in D \rightarrow \text{وق}$$

ہر دو جواب قابل قبول ہیں

اگر در یک مستطیل با طول L و عرض w داشته باشیم: $\frac{L}{w} = \frac{w+L}{L}$ آنگاه می‌گوییم در این مستطیل نسبت طلایی برقرار است.

اگر محیط یک زمین ورزشی مستطیل شکل، برابر ۱۴۴ متر و اندازه طول

و عرض آن متناسب با نسبت طلایی باشد، طول و عرض زمین چقدر است؟ $2(L+w) = 144$

$$L + w = 72$$

در آخر جوابها را در ۷۲ ضرب می‌کنیم $L + w = 1 \Rightarrow L = 1 - w$ فرض کنید

$$\frac{L}{w} = \frac{w+L}{L} \Rightarrow \frac{1-w}{w} = \frac{1}{1-w} \Rightarrow (1-w)^2 = w$$

$$w^2 - 2w + 1 = w \Rightarrow w^2 - 3w + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 9 - 4 = 5$$

$$w = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \rightarrow \begin{cases} w = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \\ w = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \end{cases} \rightarrow L = 1 - \frac{3 - \sqrt{5}}{2} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$\begin{cases} \text{طول} = 72 \times L = 72 \times \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right) = -36 + 36\sqrt{5} \\ \text{عرض} = 72 \times w = 72 \times \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right) = 108 - 36\sqrt{5} \end{cases}$$

جوابهای اصلی

۱ آیا عدد صحیحی وجود دارد که جمع آن با جذرش برابرش باشد؟

۲ معادله $\sqrt{x^2 - 4} + 2\sqrt{x - 2} = 0$ را حل کنید؛ سپس در مورد قابل قبول بودن جواب‌های آن بحث کنید. آیا بدون حل نیز

می‌توانستید به این نتیجه برسید؟

$$\text{حلال} \quad x + \sqrt{x} = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = (4 - x)$$

$$(\sqrt{x})^2 = (4 - x)^2 \Rightarrow x = 16 - 8x + x^2$$

$$x^2 - 9x + 16 = 0 \rightarrow (x - 4)(x - 9) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 4 \rightarrow \text{قابل قبول} \\ x = 9 \rightarrow \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

جوابها را امتحان کردیم، $x = 4$ تنها جواب است

۱ آیا عدد صحیحی وجود دارد که جمع آن با جذرش برابر شش باشد؟

۲ معادله $\sqrt{x^2 - 4} + 2\sqrt{x - 2} = 0$ را حل کنید؛ سپس در مورد قابل قبول بودن جواب‌های آن بحث کنید. آیا بدون حل نیز می‌توانستید به این نتیجه برسید؟

حل سوال (۲)

$$\sqrt{x^2 - 4} = -2\sqrt{x - 2}$$

توجه

+ علامت طرف اول

$$(\sqrt{x^2 - 4})^2 = (-2\sqrt{x - 2})^2$$

- ~ ~ ~

به توان رساندن طرف

$$x^2 - 4 = 4(x - 2)$$

اشکال دارد

$$x^2 - 4 = 4x - 8$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x - 2)^2 = 0$$

قبل از
مایل

$$x = 2$$

با استهلاک کردن

بدون حل:

$$\sqrt{x^2 - 4} + 2\sqrt{x - 2} = 0 \Rightarrow$$

نامنفی

نامنفی

در صورتی جمع دو عدد نامنفی برابر صفر می‌شود هر دو صفر باشند بنابراین

یا عبارت

$$x^2 - 4 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$

↓
بررسی
اگر
جواب

$$x = 2$$

معادلات زیر را حل کنید.

$$1 \quad \frac{p}{x} = 2 + \frac{x-3}{x+1}$$

$$2 \quad \frac{p}{2-p} + \frac{2}{p} = \frac{-3}{2}$$

$$3 \quad \frac{3y+5}{y^2+5y} + \frac{y+4}{y+5} = \frac{y+1}{y}$$

1

$$\frac{2}{x} = \frac{2}{1} + \frac{x-3}{x+1} \quad \left\{ \begin{array}{l} x \\ 1 \\ (x+1) \end{array} \right. \Rightarrow \text{مک = } x(x+1)$$

$$x(x+1) \left[\frac{2}{x} = \frac{2}{1} + \frac{x-3}{x+1} \right] \Rightarrow 2(x+1) = 2x(x+1) + x(x-3)$$

$$2x+2 = 2x^2+2x+x^2-3x \Rightarrow 3x^2-7x-1=0 \quad \begin{array}{l} a=3 \\ b=-7 \\ c=-1 \end{array}$$

$$\Delta = 49+12=61 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{61}}{6} \quad \text{هر ۲ جواب قبول}$$

2

$$\frac{p}{2-p} + \frac{2}{p} = \frac{-3}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} (2-p) \\ p \\ 2 \end{array} \right. \Rightarrow \text{مک = } 2p(2-p)$$

$$2p(2-p) \left[\frac{p}{2-p} + \frac{2}{p} = \frac{-3}{2} \right] \Rightarrow 2p^2 + 2 \times 2(2-p) = -3p(2-p)$$

$$2p^2 + 8 - 2p = -4p + 3p^2 \Rightarrow p^2 - 2p - 8 = 0$$

$$(p-4)(p+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} p-4=0 \Rightarrow p=4 \\ p+2=0 \Rightarrow p=-2 \end{cases}$$

هر ۲ جواب قابل قبول هستند

۳

$$\frac{ay + a}{y^2 + \delta y} + \frac{y + \epsilon}{y + \omega} = \frac{y + 1}{y}$$

$$\begin{cases} y^2 + \delta y = y(y + \omega) \\ y + \omega \\ y \end{cases} \Rightarrow \text{مقام} = y(y + \omega)$$

$$y(y + \omega) \left[\frac{ay + a}{y^2 + \delta y} + \frac{y + \epsilon}{y + \omega} = \frac{y + 1}{y} \right]$$

$$ay + a + y(y + \epsilon) = (y + \omega)(y + 1)$$

$$ay + a + y^2 + \epsilon y = y^2 + 2y + \omega$$

غیر قابل تبرک $y = 0$

چون فخرج عبارت های a, b را صفر می کنند

$$۴ \quad ۲\sqrt{x} = \sqrt{۳x+۴}$$

$$۵ \quad \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x$$

$$۶ \quad \frac{۵}{\sqrt{x+۲}} = ۲ - \frac{1}{\sqrt{x-۲}}$$

$$۷ \quad \sqrt{x+۳} + \sqrt{۳x+1} = ۴$$

۴

$$(۲\sqrt{x})^۲ = (\sqrt{۳x+۴})^۲$$

$$۴x = ۳x + ۴ \Rightarrow x = ۴ \quad \text{قابل قبول است}$$

۵

$$\frac{(1-\sqrt{x})}{(1+\sqrt{x})} = (1-x)$$

$$(1-x) = (1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})$$

* توجه

طرفین را بسط

$$(1-x)(1+\sqrt{x}) = (1-\sqrt{x})$$

$$(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})(1+\sqrt{x}) = (1-\sqrt{x})$$

$$(1+\sqrt{x})^۲(1-\sqrt{x}) = (1-\sqrt{x})$$

$$(1+\sqrt{x})^۲(1-\sqrt{x}) - (1-\sqrt{x}) = 0$$

$$(1-\sqrt{x})[(1+\sqrt{x})^۲ - 1] = 0$$

$$(1-\sqrt{x}) = 0 \rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1$$

قابل قبول

قابل قبول

$$(1+\sqrt{x})^۲ - 1 = 0 \rightarrow (1+\sqrt{x})^۲ = 1 \Rightarrow \begin{cases} 1+\sqrt{x} = 1 \rightarrow x = 0 \\ 1+\sqrt{x} = -1 \rightarrow \sqrt{x} = -2 \end{cases}$$

← جواب ندارد

9

$$\frac{a}{\sqrt{x+2}} = 2 - \frac{1}{\sqrt{x-2}}$$

$$(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2}) \left[\frac{a}{(\sqrt{x+2})} = \frac{2}{1} - \frac{1}{(\sqrt{x-2})} \right]$$

$$a(\sqrt{x-2}) = 2 \overbrace{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x-2})}^{x-2} - (\sqrt{x+2})$$

$$a\sqrt{x-2} - 10 = 2x - 1 - \sqrt{x+2}$$

$$2\sqrt{x} = 2x \quad \xrightarrow{\text{تربيع}} \quad 4x = 4x^2$$

$$4x^2 - 4x = 0 \rightarrow 4x(x-1) = 0$$

$$4x = 0 \rightarrow x = 0 \quad \text{مأخذ مقبول}$$

$$x-1 = 0 \rightarrow x = 1 \quad \text{مأخذ مقبول}$$

$$x=0 \rightarrow \frac{a}{2} = 2 - \frac{1}{-2} \Rightarrow \frac{a}{2} = 2 + \frac{1}{2} \checkmark$$

استعمال جوابها

$$x=1 \rightarrow \frac{a}{1+2} = 2 - \frac{1}{1-2} \Rightarrow 1 = 2 - 1 \Rightarrow 1 = 1 \checkmark$$

Ⓟ

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 5$$

$$\left(\sqrt{3x+1}\right)^2 = \left(5 - \sqrt{x+3}\right)^2$$

$$3x+1 = 25 - 10\sqrt{x+3} + x+3$$

$$10\sqrt{x+3} = -2x+24 \xrightarrow{\div 2}$$

$$\left(5\sqrt{x+3}\right)^2 = \left(-x+12\right)^2$$

$$25(x+3) = x^2 - 24x + 144$$

$$25x + 75 = x^2 - 24x + 144$$

$$x^2 - 49x + 69 = 0$$

$$(x-1)(x-69) = 0$$

$$x-1=0 \rightarrow x=1$$

قبول
جاب

$$x-69=0 \rightarrow x=69$$

قبول
غیر جواب

$$x=1 \rightarrow \sqrt{4} + \sqrt{4} = 2+2 = 4 \checkmark$$

$$x=69 \rightarrow \sqrt{72} + \sqrt{207} = 6 + 14.56 \neq 4 \quad \times$$

امتحان جواب

۸ بدر بزرگ برای اهدا به مهد کودک چند اسباب بازی یکسان، مجموعاً به قیمت ۱۲۰ هزار تومان خرید. اگر فروشنده برای هر اسباب بازی هزار تومان به بدر بزرگ تخفیف می داد او می توانست با همان پول چهار اسباب بازی دیگر هم بخرد. قیمت هر اسباب بازی قبل از تخفیف چقدر بوده است؟

هر ۱۰۰۰ تومان را یک واحد نظری بگیریم

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد اسباب بازی ها} \\ x = \end{array} \right\} \rightarrow xy = 120 \quad *$$

$$y = \text{قیمت هر اسباب بازی}$$

↑ قبل از تخفیف

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد جدید} = x + \varepsilon \\ \text{قیمت جدید} = y - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow (x + \varepsilon)(y - 1) = 120$$

→ بعد از تخفیف

$$(x + \varepsilon)(y - 1) = 120$$

$$xy - x + \varepsilon y + \varepsilon = 120 \Rightarrow x = \varepsilon y + \varepsilon$$

$$xy = 120 \Rightarrow (\varepsilon y + \varepsilon)y = 120 \rightarrow \varepsilon y^2 + \varepsilon y - 120 = 0$$

$$y^2 - y - 20 = 0 \rightarrow (y - 2)(y + 5) = 0$$

$$y = -5 \quad \text{غیر قابل قبول}$$

$$y = 2$$

قیمت هر اسباب بازی قبل از تخفیف ۲۰۰۰ تومان

ماشین A کاری را به تنهایی ۱۵ ساعت زودتر از ماشین B انجام می دهد. اگر هر دو ماشین یک کار را در ۱۸ ساعت انجام دهند، چه زمانی برای هر کدام از ماشین ها لازم است تا آن کار را به تنهایی انجام دهند؟

ماشین B: هر ساعت $\frac{1}{x}$ کار انجام می شود. ماشین B در x ساعت

ماشین A: هر ساعت $\frac{1}{x-15}$ کار انجام می دهد. ماشین A در $x-15$ ساعت

هر ساعت $\frac{1}{18}$ کار \Rightarrow هر ساعت هم در ۱۸ ساعت

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-15} = \frac{1}{18}$$

$$(18x)(x-15) \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{x-15} = \frac{1}{18} \right]$$

$$18(x-15) + 18x = x(x-15)$$

$$18x - 270 + 18x = x^2 - 15x$$

$$x^2 - 51x + 270 = 0$$

$$(x-2)(x-25) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 25 \checkmark \\ x = 2 \text{ غ و قبول} \end{cases}$$

۱۵ فاصله بین دو شهر که در کنار رودخانه‌ای واقع شده‌اند ۱۴۴ کیلومتر است. یک کشتی از شهر اول به شهر دوم می‌رود و پس از دو ساعت توقف همین مسیر را برمی‌گردد. مدت زمان سفر در مجموع ۱۷ ساعت می‌باشد. در صورتی که سرعت حرکت کشتی در مسیر جریان آب ۸ کیلومتر در ساعت بیشتر از سرعت آن در خلاف جریان آب باشد سرعت حرکت کشتی را در جهت حرکت آب تعیین کنید.

می‌دانیم اگر محرکی با سرعت v در مدت زمان t ، مسافت x را طی کند

$$x = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v} \quad \text{داریم}$$

فرض کنید: v_1 سرعت رفت t_1 مدت زمان رفت
 v_2 برگشت t_2 برگشت

بنابراین

$$v_2 = v_1 - 8 \quad t_1 + t_2 = 17 - 2 = 15$$

$$t_1 = \frac{144}{v_1} \quad , \quad t_2 = \frac{144}{v_2}$$

$$t_1 + t_2 = 15 \Rightarrow \frac{144}{v_1} + \frac{144}{v_2} = 15 \Rightarrow \frac{144}{v_1} + \frac{144}{v_1 - 8} = 15$$

$$\begin{array}{l} \div 3 \\ \hline \frac{48}{v_1} + \frac{48}{v_1 - 8} = 5 \end{array}$$

برای راحتی

طرف را برابر
 تقسیم کنیم
 ۱-

$$\left\{ \begin{array}{l} v_2 \\ (v_1 - 8) \Rightarrow v_1(v_1 - 8) \end{array} \right.$$

$$v_1(v_1 - 1) \left[\frac{f_1}{v_1} + \frac{\varepsilon_1}{v_1 - 1} = \delta \right]$$

$$f_1(v_1 - 1) + f_1 v_1 = \delta v_1(v_1 - 1)$$

$$f_1 v_1 - f_1 + \varepsilon_1 v_1 = \delta v_1^2 - f_1 v_1$$

$$\delta v_1^2 - 137 v_1 + 192 = 0 \rightarrow (v_1 - 24)(\delta v_1 - 12) = 0$$

$$v_1 - 24 = 0 \rightarrow v_1 = 24$$

$$A = \delta v_1^2 - 137 v_1 + 192$$

$$\delta A = 2\delta v_1^2 - 137 \times \delta v_1 + 192 \times \delta$$

$$\delta A = (\delta v_1 - 12)(\delta v_1 - 14)$$

$$\delta A = \delta(v_1 - 24)(\delta v_1 - 14)$$

$$A = (v_1 - 24)(\delta v_1 - 12)$$

لویج

$$\delta v_1 - 12 = 0 \rightarrow v_1 = \frac{12}{\delta} = 3,2$$

قابل قبول $v_1 = 24$

غیر قابل قبول $v_1 = 3,2$

09213102271--09125102271--@moharrammahdi

محمد محمد

سرور در بلندی

@Riazi101112forall2

99, 14, 14