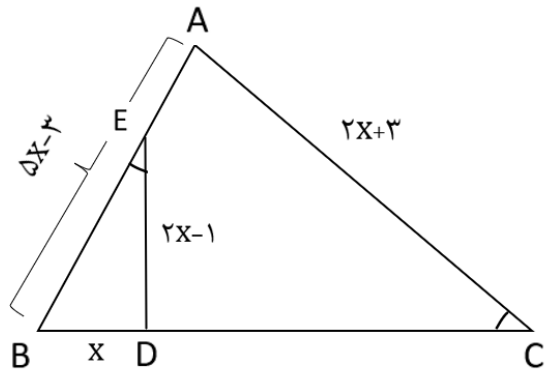
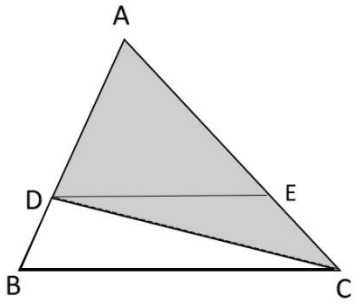
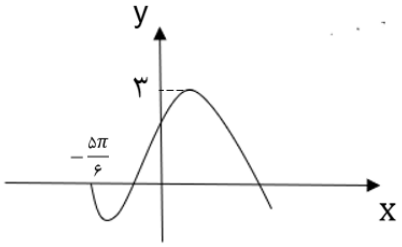
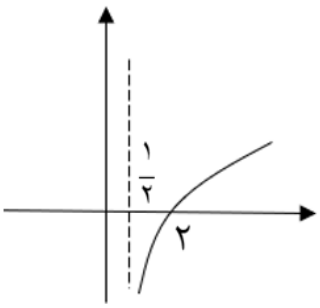
بسمه تعالی

سوالات امتحان درس : ریاضی ۲	پایه : **یازدهم متوسطه**	رشته : **تجربی**	تاریخ آزمون : **۱۴۰۱/۳/ ۱**
امتحانات **نوبت دوم**	سال تحصیلی **۱۴۰۱-۱۴۰۰**	تعداد صفحات سوال : **۲ صفحه**	ساعت شروع :**۱۱ صبح**
نام و نام خانوادگی :	دبیرستان : **شهیدبهشتی۱دوره دوم**	سنجش و ارزشیابی تحصیلی ناحیه یک اردبیل	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه

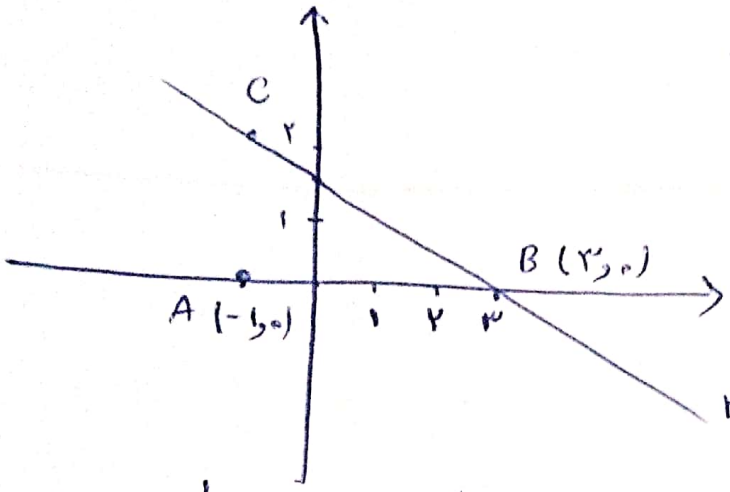
ردیف	«سوالات»	بارم
۱	ضلع یک مثلث به مساحت ۶ بر خط به معادله $2y + x = 3$ واقع و یک راس آن نقطه $(-1,0)$ است اگر ضلع دیگر این مثلث بر محور x ها منطبق باشد طول میانه وارد بر این ضلع را بدست آورید .	۱/۵
۲	اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشد حاصل $\alpha^4 + 9\beta^2 - 6\beta$ را بدست آورید.	۱/۲۵
۳	در شکل مقابل $\hat{C} = \hat{E}$ است نسبت مساحت مثلث ABC به مثلث BDE چیست ؟ 	۱/۲۵
۴	در شکل مقابل نسبت قاعده های ذوزنقه $\frac{3}{5}$ است مساحت ناحیه رنگی چه کسری از مساحت کل مثلث است ؟ 	۱/۲۵
۵	معادله $\left[\frac{4}{x-1}\right] + \left[\frac{4}{1-x}\right] = 0$ چند جواب در مجموعه اعداد طبیعی دارد؟	۱/۲۵
۶	دو تابع با ضابطه های $g = \{(2,-1),(-1,4),(3,-2),(-4,-3)\}$ و $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$ مفروض اند اگر $g^{-1}(f(a)) = 3$ باشد a چقدر است ؟	۱
۷	شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = a + b\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ است مقدار $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ را بدست آورید . 	۱/۵

بسمه تعالی

سوالات امتحان درس : ریاضی ۲	پایه : **یازدهم متوسطه**	رشته : **تجربی**	تاریخ آزمون : **۱۴۰۱/۳/ ۱**
امتحانات **نوبت دوم**	سال تحصیلی **۱۴۰۱-۱۴۰۰**	تعداد صفحات سوال : **۲ صفحه**	ساعت شروع :**۱۱ صبح**
نام و نام خانوادگی :	دبیرستان : **شهیدبهشتی۱دوره دوم**	سنجش و ارزشیابی تحصیلی ناحیه یک اردبیل	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه

۸	اگر $۲\sin\left(\frac{\pi}{۲}-x\right)-۲\cos(\pi+x)=۱$ باشد مقدار عبارت زیر چیست ؟ $A=-۳\sin\left(\frac{۱۱\pi}{۲}+x\right)-\cos(۶\pi+x)=$	۱/۵
۹	هر گاه $\lim_{x\to-۱}\frac{۳x^۳+۲x^۲+ax+b}{x^۲+x}=-۶$ باشد مقدار ab چیست ؟	۱
۱۰	حاصل حد مقابل را حساب کنید . الف) $\lim_{x\to۳}\frac{\sqrt{x-۲}+\sqrt{۲x-۲}-۳}{x^۲+x-۱۲}=$ ب) $\lim_{x\to۱^+}\frac{x-[x]}{x^۲-۱}=$	۱/۵
۱۱	تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{sin^۲x}{۱-\cos x} & x>۰\\ a\sin\left(x+\frac{\pi}{۴}\right) & x\le۰\end{cases}$ به ازای چه مقدار a در $x=۰$ پیوسته است ؟	۱
۱۲	شکل مقابل نمودار تابع $f(x)=-۱+\log_b(۲x+a)$ است ضابطه $f^{-۱}(x)$ را بدست آورید؟ 	۱/۵
۱۳	اگر $۴^x-۲^{x+۲}=۳۲$ و $\log(x+۱)+\log(۲y-x)=۱$ باشد آن گاه مقدار y چیست ؟	۱/۵
۱۴	۶ مهره قرمز با شماره های ۰ تا ۵ و نیز ۶ مهره سیاه با شماره های ۰ تا ۵ را در ظرفی قرار می دهیم و به تصادف دو مهره همزمان خارج می کنیم ،اگرمجموع شماره های دو مهره ۶ باشد با کدام احتمال هر دو مهره همرنگ هستند .	۱/۵
۱۵	۱۰ داده آماری با انحراف معیار ۱ و میانگین ۵ و نیز ۱۰ داده دیگر با انحراف معیار ۲ و میانگین ۶ داریم ضریب تغییرات ۲۰ داده را بدست آورید .	۱/۵

موفق باشید : (عبادی – عبدالهی عابد – جاوید)



$S = \frac{1}{2} h \times a \Rightarrow 4 = \frac{1}{2} h \times a$

$\Rightarrow 12 = h a$ (3)

$2y + x = 3 \Rightarrow x + 2y - 3 = 0$

$$h = \frac{|-1 + 2\times 0 - 3|}{\sqrt{1+4}} = \frac{4}{\sqrt{5}} \quad (4)$$

$\xrightarrow{1,2}$ $12 = \frac{4}{\sqrt{5}} \times a \Rightarrow a = 3\sqrt{5}$

$BC = 2\sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{(3-x_c)^2 + (0-y_c)^2} = 2\sqrt{5}$

$\Rightarrow (3-x_c)^2 + y_c^2 = 20$

$\xrightarrow{x_c = 3 - 2y_c}$ $(3 - 3 + 2y_c)^2 + y_c^2 = 20 \Rightarrow 5y_c^2 = 20 \overset{y_c>0}{\Rightarrow} y_c = 2$

$\Rightarrow x_c = 3 - 4 = -1 \Rightarrow C(-1, 2)$

$$M = \begin{bmatrix} \frac{-1+3}{2} \\ \frac{2+0}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$AM = \sqrt{(-1-0)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = +3 \\ \alpha \times \beta = 1 \end{cases}$, $\alpha^2 - 3\alpha + 1 = 0$ (2)

$\Rightarrow \alpha^2 = 3\alpha - 1 \Rightarrow \alpha^4 = 9\alpha^2 - 6\alpha + 1$

$\alpha^4 + 9\beta^2 - 6\beta = 9\alpha^2 - 6\alpha + 1 + 9\beta^2 - 6\beta = 9(\alpha^2 + \beta^2) - 6(\alpha + \beta) + 1$

$= 9(S^2 - 2P) - 6(S) + 1 = 9(9-2) - 6(3) + 1 = 45 - 18 + 1$

$= 28$

Scanned by CamScanner

(۳)

$$ABC \sim DBE \Rightarrow \frac{AB}{DB} = \frac{AC}{DE} = \frac{BC}{BE}$$

$$\Rightarrow \frac{5x-2}{x} = \frac{2x+2}{2x-1} = \frac{BC}{BE}$$

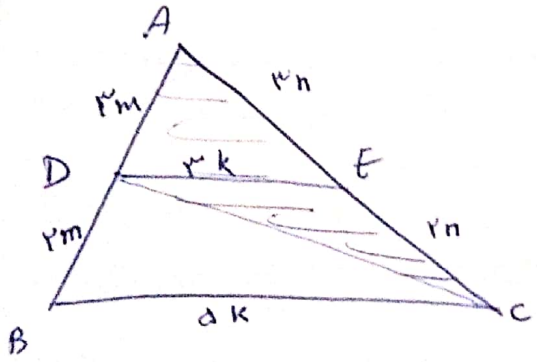
$$\Rightarrow 10x^2 - 4x - 5x + 2 = 2x^2 + 2x$$

$$\Rightarrow 8x^2 - 11x + 2 = 0 \qquad \Delta = 121 - 4 \times 8 \times 2 = 121 - 64 = 100$$

$$x_1 = \frac{11 + 10}{16} = \frac{21}{16} = \frac{21}{2} = 1.5 \qquad x_2 = \frac{11 - 10}{16} = \frac{1}{16} \quad \text{ق ق ق}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{BED}} = \left(\frac{5x-2}{x}\right)^2 = \left(\frac{7.5-2}{1.5}\right)^2 = (3)^2 = 9$$

(۴)



$$\frac{S_{ADC}}{S_{ABC}} = \frac{AD}{AB} = \frac{3m}{5m} = \frac{3}{5}$$

(۵)

$$\left[\frac{6}{x-1}\right] + \left[\frac{6}{1-x}\right] = 0 \qquad \frac{6}{x-1} = t$$

$$\Rightarrow [t] + [-t] = 0 \Rightarrow t \in Z \Rightarrow \frac{6}{x-1} \in Z$$

$x=1$ جواب نمی‌دهد $\quad x=2 \Rightarrow \frac{6}{1} \checkmark \quad x=3 \Rightarrow \frac{6}{2} = 3 \checkmark$

$x=4 \Rightarrow \frac{6}{3}$ ✗ $\qquad x=7 \Rightarrow \frac{6}{6} = 1 \checkmark$

سه جواب دارد.

Scanned by CamScanner

$g^{-1}(f(a)) = 2$ $\quad g^{-1} = \{(-1,2), (2,-1), (-2,2), (-5,-2)\}$ (۶)

$\downarrow$

$g^{-1}(-2) = 2$

$\Rightarrow \quad f(a) = -2 \xrightarrow{\text{تابع f}} -\sqrt{-a} = -2 \Rightarrow \sqrt{-a} = 2 \Rightarrow -a = 4$

$\Rightarrow \boxed{a = -4}$

$f(x) = a + b\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ (۷)

$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow 0 = a + b\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{6}\right) \Rightarrow 0 = a + b\left(-\frac{1}{2}\right)$

$2 = a + b$ $\quad$ با توجه به نمودار

$\begin{cases} a+b=2 \\ a-\frac{1}{2}b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=2 \\ 2a-b=0 \end{cases} \Rightarrow 3a=2 \Rightarrow a=1 \Rightarrow b=2$

$\Rightarrow f(x) = 1 + 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{12}\right) = 1 + 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12}\right)$

$= 1 + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{2}$

$2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 2\cos(\pi + x) = 1$ (۸)

$\Rightarrow 2\cos x + 2\cos x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{4}$

$A = -2\sin\left(\frac{11\pi}{2} + x\right) - \cos(9\pi + x) = +2\cos x - \cos x = \cos x$

$= 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

Scanned by CamScanner

(9)

$$\lim_{x\to -1} \frac{2x^3+2x^2+ax+b}{x^2+x} = -4$$

$$\xrightarrow{x=-1} \quad 2(-1)+2(1)-a+b=0 \Rightarrow -a+b=1 \qquad (*)$$

$$\lim_{x\to -1} \frac{2x^3+2x^2+ax+b}{x(x+1)} = \lim_{x\to -1} \frac{(2x^2-x+a+1)(x+1)}{x(x+1)}$$

$$= \lim_{x\to -1} \frac{2x^2-x+a+1}{x} = \frac{2+1+a+1}{-1} = -4$$

$$\Rightarrow 4+a=4 \Rightarrow \boxed{a=1} \xrightarrow{(*)} -1+b=1 \Rightarrow b=2$$

$$\Rightarrow ab = 1\times 2 = 2$$

Scanned by CamScanner

(10) الحل

$$\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x-2}-3+\sqrt{2x-2}}{(x-3)(x+3)} \times \frac{\sqrt{x-2}-3-\sqrt{2x-2}}{\sqrt{x-2}-3-\sqrt{2x-2}}$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{x-2+9-6\sqrt{x-2}-2x+2}{(x-3)\underbrace{(x+3)}_{6} \times \underbrace{(\sqrt{x-2}-3-\sqrt{2x-2})}_{(-6)}} = \lim_{x\to 3} \frac{9-x-6\sqrt{x-2}}{(x-3)(-48)}$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{9-x-6\sqrt{x-2}}{(x-3)(-48)} \times \frac{9-x+6\sqrt{x-2}}{\underbrace{9-x+6\sqrt{x-2}}_{9-3+6=12}} = \lim_{x\to 3} \frac{81+x^2-18x+36(x-2)}{(x-3)(-48)(12)}$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)(x-21)}{(x-3)(-48)(12)} = \frac{-18}{-48\times 12} = \frac{1}{8}$$

Scanned by CamScanner

۱۰) $\lim_{x\to 1^+} \frac{x-[x]}{x^2-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{x-1}{x^2-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)}$

$= \lim_{x\to 1^+} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}$

۱۱) $\lim_{x\to 0^+} \frac{\sin^2 x}{1-\cos x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{(1-\cos x)(1+\cos x)}{1-\cos x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{1+\cos x}{1} = 2$

$\lim_{x\to 0^-} a\left(\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right) = a\frac{\sqrt{2}}{2} = f(0)$

شرط پیوستگی $\Longrightarrow \frac{a\sqrt{2}}{2} = 2 \Rightarrow a\sqrt{2} = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

۱۲) $4^x - 2^{x+2} = 32 \Rightarrow 2^{2x} - 2^2 \times 2^x - 32 = 0$

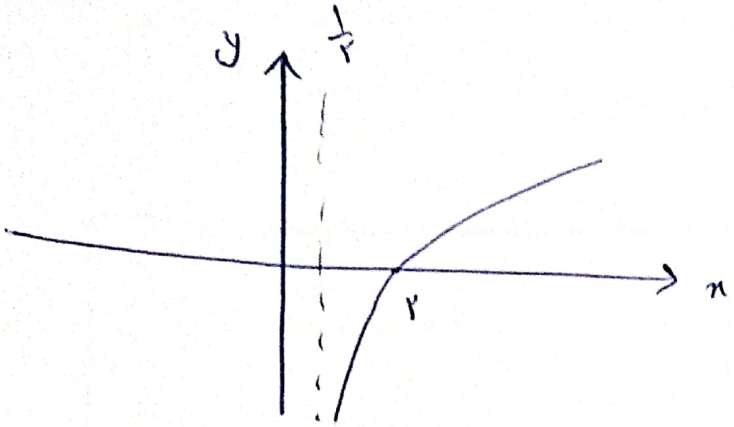
$2^x = t \longrightarrow t^2 - 4t - 32 = 0 \Rightarrow (t-8)(t+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 8 \checkmark \\ t = -4 \times \end{cases}$

$\Rightarrow 2^x = 8 \Rightarrow x = 3$

$\log(3^y+1) + \log(2y-3) = 1 \Rightarrow \log_{10}(2y-3) = 1$

$\Rightarrow 4(2y-3) = 10 \Rightarrow 8y - 12 = 10 \Rightarrow 8y = 22 \Rightarrow y = \frac{22}{8} = \frac{11}{4}$

Scanned by CamScanner



$f(x) = -1 + \log_b(2x+a)$ (12)

$2x+a=0 \xrightarrow{x=\frac{1}{2}} 1+a=0 \Rightarrow a=-1$

$f(2)=0 \Rightarrow -1+\log_b^{(2-1)}=0$

$\Rightarrow b=2$

$\Rightarrow f(x) = -1+\log_2(2x-1) = y$

$\log_2(2x-1) = y+1 \Rightarrow 2x-1 = 2^{y+1}$

$\Rightarrow 2x = 2^{y+1}+1 \Rightarrow x = \frac{2^{y+1}+1}{2}$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2^{x+1}+1}{2}$

$S' = \{(g_1,s_4),(g_2,s_3),(g_3,s_2),(g_4,s_1),(g_4,s_4)$ (13)

$,(g_1,g_4),(g_2,g_3),(s_1,s_4),(s_2,s_3)\}$

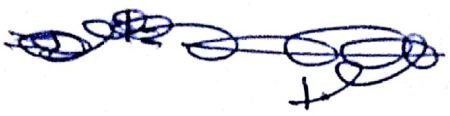
$\Rightarrow n(S') = 9$

$A = \{(g_1,g_4),(g_2,g_3),(s_1,s_4),(s_2,s_3)\} \Rightarrow n(A)=4$

$\Rightarrow P(A) = \frac{4}{9}$

Scanned by CamScanner

$\sigma_1 = 1 \quad , \bar{x}_1 = 5$



$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \Rightarrow 1 = \frac{\sum x_i^2}{10} - 25$$

$$\Rightarrow 10 = \sum x_i^2 - 250 \Rightarrow \sum x_i^2 = 260$$

$\sigma_2 = 2 \quad , \bar{y}_2 = 4$

$$4 = \frac{\sum y_i^2}{n} - \bar{y}^2 \Rightarrow 4 = \frac{\sum y_i^2}{10} - 24$$

$$\Rightarrow 40 = \sum y_i^2 - 240 \Rightarrow \sum y_i^2 = 280$$

$$\Rightarrow \sigma_{jr}^2 = \frac{\sum x_i^2 + \sum y_i^2}{20} - (3,5)^2 = \frac{540}{20} - (3,5)^2$$

$$\Rightarrow \sigma_{jr}^2 = 27 - 12,25 = 14,75 \Rightarrow \sigma_{jr} = \sqrt{14,75}$$

$$\Rightarrow CV_{jr} = \frac{\sqrt{14,75}}{3,5}$$

Scanned by CamScanner