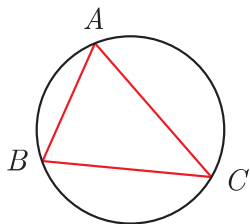




قضیه سینوس‌ها و کسینوس‌ها

قضیه سینوس‌ها

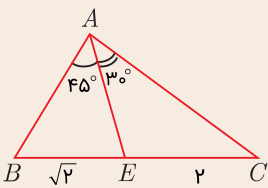


در هر مثلث دلخواه، نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه مقابل به آن ضلع همواره مقداری ثابت است که این مقدار ثابت، قطر دایره محیطی مثلث می باشد.

شرایط استفاده از رابطه سینوس‌ها در مسائل

در مثلث ABC داریم: $\hat{A} = 120^\circ$ و $AC = \frac{10\sqrt{6}}{3}$ ، طول شعاع دایره محیطی مثلث و اندازه زاویه B به ترتیب کدام است؟

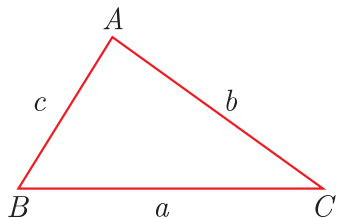
در مثلث ABC ، با معلوم بودن ضلع $BC = 3 + \sqrt{3}$ و زاویه‌های $\hat{B} = 60^\circ$ و $\hat{C} = 45^\circ$ اندازه ضلع AC کدام است؟ (ریاضی ۹۳ خارج)



در شکل مقابل، با توجه به اندازه‌ها، نسبت $\frac{AC}{AB}$ کدام است؟

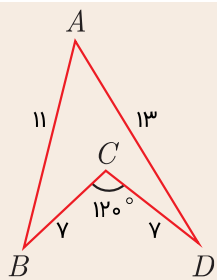
- (۱) $\frac{3}{2}$
- (۲) ۲
- (۳) $\frac{9}{4}$
- (۴) ۴

قضیه کسینوس‌ها



شرایط استفاده رابطه کسینوس‌ها در مسائل

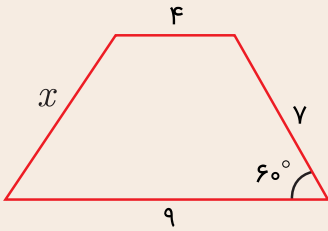
در شکل مقابل، کدام گزینه اندازه زاویه A و فاصله نقاط B و D از یکدیگر را به درستی نشان می‌دهد؟ (ریاضی ۹۹ خارج)



- (۱) ۷، ۶۰
- (۲) ۷، ۳۰
- (۳) $7\sqrt{3}$ ، ۶۰
- (۴) $7\sqrt{3}$ ، ۳۰



چهارضلعی مقابل محاط در یک دایره است. $x + 2$ کدام است؟ (ریاضی ۹۹)



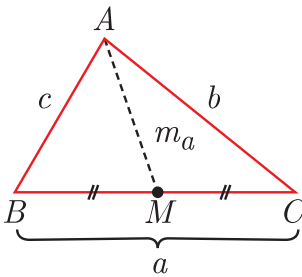
- (۱) $\sqrt{51}$
- (۲) $\sqrt{55}$
- (۳) $\sqrt{57}$
- (۴) $\sqrt{59}$

نتایج مهم از قضیه کسینوس‌ها

تشخیص نوع مثلث

$a^2 < b^2 + c^2$ ← بزرگترین ضلع a
 $a^2 = b^2 + c^2$ ← بزرگترین ضلع a
 $a^2 > b^2 + c^2$ ← بزرگترین ضلع a

قضیه میانه‌ها: در هر مثلث، مجموع مربعات دو ضلع، برابر است با دو برابر مربع میانه نظیر ضلع سوم به علاوه نصف مربع ضلع سوم.



از جمع طرفین هر سه رابطه میانه در مثلث، به رابطه جدیدی می‌رسیم:

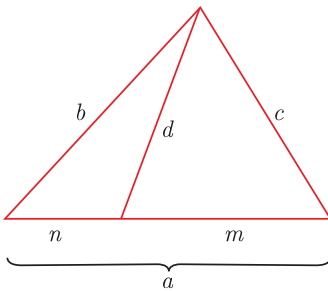
در مثلثی به اضلاع ۷ و ۹ و ۱۰، طول کوتاه‌ترین میانه کدام است؟

- (۱) $\sqrt{15}$
- (۲) $\sqrt{30}$
- (۳) $2\sqrt{10}$
- (۴) $4\sqrt{10}$

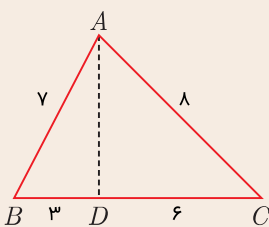
طول وتر مثلث قائم الزاویه‌ای ۸ واحد است. مجموع مربعات میانه‌های نظیر اضلاع قائم مثلث کدام است؟

- (۱) ۱۶۰
- (۲) ۱۲۰
- (۳) ۱۰۰
- (۴) ۸۰

قضیه استوارت



در شکل مقابل، اندازه پاره خط AD کدام است؟ (ریاضی ۹۹ خارج)

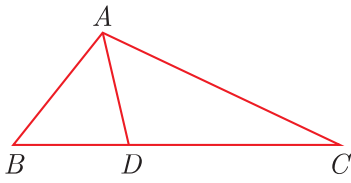


- (۱) $\sqrt{37}$
- (۲) ۶
- (۳) $2\sqrt{7}$
- (۴) $2\sqrt{10}$



قضیه نیم‌سازها و قضیه هرون

قضیه نیم‌ساز داخلی در مثلث



در هر مثلث، نیم‌ساز هر زاویه داخلی ضلع روبرو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های اضلاع آن زاویه تقسیم می‌کند و پر عکس

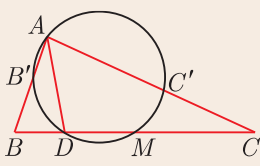
طول قطعاتی که نیم‌ساز، روی ضلع مقابل به وجود می‌آورد بر حسب اضلاع مثلث به دست می‌آید:

✓= در مثلث ABC ، با مشخصات $AC = 6$ ، میانه $BM = 5$ نیم‌سازهای دو زاویه AMB و CMB دو ضلع دیگر این مثلث را به ترتیب در نقاط P و Q قطع می‌کنند. اندازه PQ کدام است؟ (ریاضی ۹۳)

(۱) $3/25$ (۲) $3/5$ (۳) $3/75$ (۴) 4

✓= در مثلثی به اضلاع ۷ و ۱۳ و ۱۵ واحد، نقطه تلاقی نیم‌سازهای داخلی، نیم‌ساز بزرگترین زاویه مثلث را به کدام نسبت تقسیم می‌کند؟ (ریاضی ۹۷ خارج)

(۱) $3/5$ (۲) $2/3$ (۳) $3/4$ (۴) $5/6$

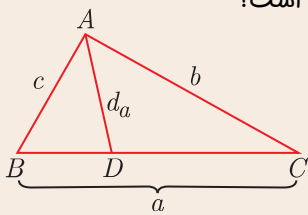


✓= در مثلث ABC ، نقطه M وسط ضلع BC و AD نیم‌ساز زاویه A است. دایره محیطی مثلث ADM رسم شده است. نسبت $\frac{BB'}{CC'}$ برابر کدام است؟ (ریاضی ۹۴)

(۱) 1 (۲) $\frac{AB}{AC}$ (۳) $\frac{AB'}{AC'}$ (۴) $\frac{DB}{DM}$

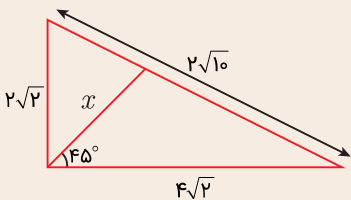
روابط لازم برای به دست آوردن طول نیم‌ساز

✓= در مثلثی به طول اضلاع ۴ و ۶ و ۸، طول کوچک‌ترین نیم‌ساز داخلی این مثلث چند برابر $\sqrt{6}$ است؟



- (۱) $1/2$
- (۲) $1/4$
- (۳) $1/6$
- (۴) $1/8$

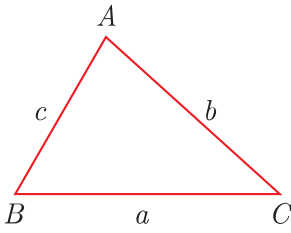
✓= در شکل مقابل، مقدار x کدام است؟



- (۱) 2
- (۲) $1/3$
- (۳) 3
- (۴) $5/3$



قضیه هرون



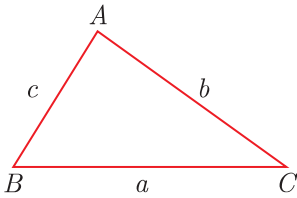
✓= مثلثی به طول اضلاع ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ مفروض است. طول ضلع شش ضلعی منتظم محیط بر دایره محاطی داخلی مثلث کدام است؟ (ریاضی ۱۴۰۰)

۸ (۱) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ (۲) ۴ (۳) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۴)

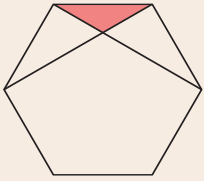
✓= در مثلث به طول اضلاع ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ واحد، نقطه ای که از اضلاع به طول های ۱۳ و ۱۴، به ترتیب به فاصله های ۳ و ۶ قرار دارد، از بزرگترین ضلع چه فاصله ای دارد؟

۲/۵ (۱) ۳ (۲) ۳/۵ (۳) ۴ (۴)

رابطه سینوسی محاسبه مساحت مثلث



✓= در شش ضلعی منتظم شکل مقابل، مساحت قسمت رنگی چه کسری از مساحت کل شکل است؟



$\frac{1}{12}$ (۱) $\frac{1}{18}$ (۲) $\frac{1}{24}$ (۳) $\frac{1}{36}$ (۴)

✓= در یک لوزی، طول قطر کوچک برابر $3\sqrt{2} - \sqrt{3}$ و اندازه زاویه حاده ۳۰ درجه است. مساحت این لوزی کدام است؟

۹ (۱) $\frac{9}{2}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۴)