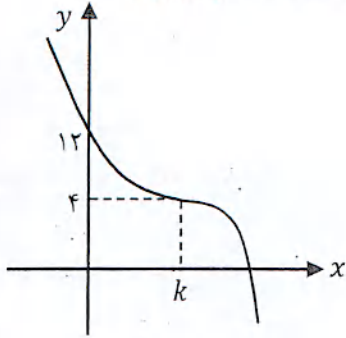


شماره سندلی:	به نام خدا	نوبت امتحانی: دی ماه ۱۴۰۱
نام و نام خانوادگی:	اداره کل آموزش و پرورش استان فارس	پایه: دوازدهم شعبه: تجربی
نام پدر:	اداره سنجش و پایش کیفیت آموزشی	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۱
نام درس: ریاضی ۳	اداره آموزش و پرورش ناحیه ۱ شیراز	شروع امتحان: ۸ صبح
تعداد صفحه: ۴	دبیرستان استعدادهای درخشان شهید دستغیب ۲	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه

ردیف	سوالات	صفحه ۱	نمره
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) هر تابع یک به یک، اکیداً یکنوا است. ب) تابع تنازانت در هر بازه ای که تعریف شده باشد، اکیداً صعودی است.		۰/۵
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) اگر دامنه تابع $y = f(x)$ بازه $[-1, 2]$ باشد آنگاه دامنه تعریف تابع $y = f(3x + 4)$ به صورت بازه است. (۰/۵) ب) در تابع $y = 3 - 2 \cos(1 - \pi x)$ ، دوره تناوب برابر و مجموع بیشترین و کمترین مقدار تابع برابر است. (۰/۵) پ) اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{\sqrt{x-1}}{4x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد، مقدار ab برابر است. (۰/۵) ت) اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$ و $g = \{(2, -1), (-1, 4), (3, -2), (-4, -3)\}$ باشند، و $g^{-1}(f(a)) = 3$ باشد آنگاه a برابر است. (۰/۵) ث) اگر تابع $f(x) = \left(\frac{1}{m}\right)x^2 - x + 3$ در بازه $[1, +\infty)$ اکیداً صعودی باشد، حدود m برابر است. (۰/۵)		۲/۵
۳	نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $y = 2f(2x - 1) - 2$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را بیابید.		۱/۵
۴	به ازای چه مقدار از a چند جمله ای $p(x) = x^3 + ax^2 + 2bx - 3$ بر $x - 3$ بخش پذیر بوده و باقیمانده تقسیم آن بر $x - 1$ برابر -4 است.		۱

۵

نمودار تابع $y = -x^3 + 2mx^2 - nx + 2p$ به صورت زیر است، حاصل $m + n + p$ را بیابید.



۶

اگر $f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{2}$ و $g(x) = \frac{1}{1-x^2}$ باشد، آنگاه دامنه تابع $f \circ g$ را به کمک تعریف بیابید.

۷

اگر $f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$ و $f(x) = 3x - 14$ باشد، ضابطه $g(x)$ را بیابید.

۸

اگر $x \geq 1$ و $f(x) = x^2 - 2x - 3$ مفروض باشد،

الف) ضابطه وارون تابع f را بیابید.

ب) دامنه تابع وارون f بیابید.

۹

با رسم تابع $f(x) = x^2|x|$ ، بزرگترین بازه ای که این تابع اکیداً نزولی است را تعیین کنید.

۰/۷۵

۱/۵

۱

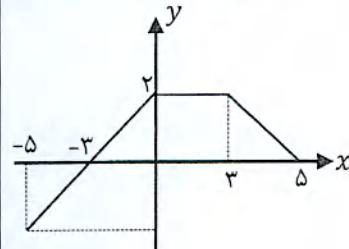
۱/۲۵

شماره صندلی:	به نام خدا	نوبت امتحانی: دی ماه ۱۴۰۱
نام و نام خانوادگی:	اداره کل آموزش و پرورش استان فارس	پایه: دوازدهم شعبه: تجربی
نام پدر:	اداره سنجش و پایش کیفیت آموزشی	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۱
نام درس: ریاضی ۳	اداره آموزش و پرورش ناحیه ۱ شیراز	شروع امتحان: ۸ صبح
تعداد صفحه: ۴	دبیرستان استعدادهای درخشان شهید دستغیب ۲	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه

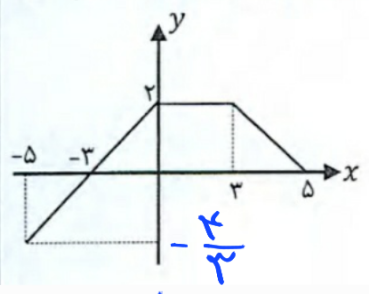
ردیف	سوالات	صفحه ۳	نمره
۱۰	شکل روبرو نمودار تابع $y = 1 - a \cos\left(b\pi x + \frac{\pi}{4}\right)$ در بازه $\left[0, \frac{8}{3}\right]$ است. $a + b$ چه اعدادی می تواند باشد؟		۱/۵
۱۱	قسمتی از نمودار یک تابع متناوب با دوره تناوب $T = 3$ به صورت زیر می باشد. حاصل $f(9) + f(11)$ کدام است؟		۱
۱۲	اگر $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ و α در ناحیه سوم باشد، مقدار $\cos 2\alpha$ را محاسبه کنید.		۰/۷۵
۱۳	مجموع جواب های معادله $\sin 2x - \sqrt{3} \cos x = 0$ در بازه $[0, \pi]$ را بیابید.		۱/۵

ردیف	سوالات	صفحه ۴ نمبر
۱۴	<p>حاصل حدهای زیر را محاسبه کنید. (استفاده از هم ارزی پرتوان مجاز و هوپیتال غیرمجاز)</p> <p>۱) $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x - 1}{-x^2 + x + 6}$</p> <p>۲) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ 1 - 2x + \sqrt{x^2 - 5x}}{\sqrt{x} + \sqrt{9x^2 - x + 1}}$</p>	۱/۵
۱۵	<p>اگر $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{a[x] - a^x x}{3x^2 + x - 2} = -\infty$، حدود a را بیابید.</p>	۱/۲۵
۱۶	<p>در تابع $f(x) = \frac{ax^n + 15}{3x - \sqrt{4x^2 + 15x}}$ اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ محاسبه کنید.</p>	۱/۵

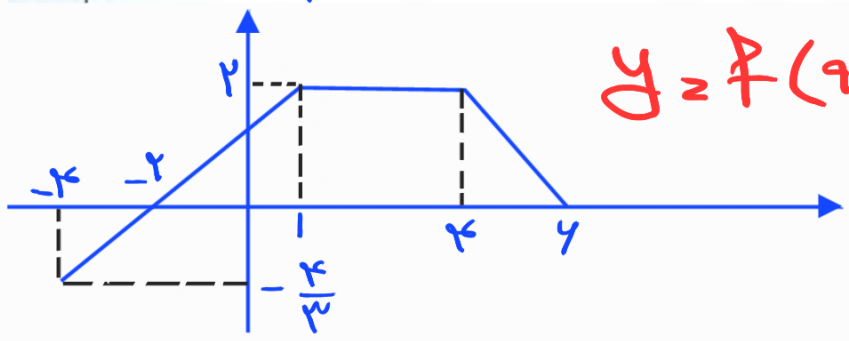
نام و نام خانوادگی:	اداره کل آموزش و پرورش استان فارس	پایه: دوازدهم	شعبه: تجربی
نام پدر:	اداره سنجش و پایش کیفیت آموزشی	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۱	
نام درس: ریاضی ۳	اداره آموزش و پرورش ناحیه ۱ شیراز	شروع امتحان: ۸ صبح	
تعداد صفحه: ۴	دبیرستان استعدادهای درخشان شهید دستغیب ۲	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه	

ردیف	سوالات	صفحه ۱	نمره
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) هر تابع یک به یک، اکیداً یکنوا است. مخ مثال نقضی: $y = \frac{1}{x}$ ب) تابع تنازات در هر بازه ای که تعریف شده باشد، اکیداً صعودی است. ص		۰/۵
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) اگر دامنه تابع $y = f(2-x)$ بازه $[-1, 2]$ باشد آنگاه دامنه تعریف تابع $y = f(3x+4)$ به صورت بازه $[-\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}]$ است. (۰/۵) ب) در تابع $y = 3 - 2 \cos(1 - \pi x)$ ، دوره تناوب برابر $\frac{2}{\pi}$ و مجموع بیشترین و کمترین مقدار تابع برابر $\frac{2}{\pi}$ است. (۰/۵) پ) اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{\sqrt{x}-1}{4x^2+ax+b} = -\infty$ باشد، مقدار ab برابر است. (۰/۵) ت) اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$ و $g = \{(2, -1), (-1, 4), (3, -2), (-4, -3)\}$ باشند، و $f(a) = -2 = -\sqrt{-a} \rightarrow a = -4$ $g^{-1}(f(a)) = 3$ باشد آنگاه a برابر -4 است. (۰/۵) ث) اگر تابع $f(x) = (\frac{1}{m})x^2 - x + 3$ در بازه $[1, +\infty)$ اکیداً صعودی باشد، حدود m برابر $0 < m \leq 2$ است. (۰/۵) ANB \rightarrow آره		۲/۵
۳	نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $y = 2f(2x-1) - 2$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را بیابید. پاسخ در پیوسته		۱/۵
۴	به ازای چه مقدار از a چند جمله ای $p(x) = x^3 + ax^2 + 2bx - 3$ بر $x - 3$ بخش پذیر بوده و باقیمانده تقسیم آن بر $x - 1$ برابر -4 است.	$p(3) = 0 = 27 + 9a + 6b - 3 \rightarrow 3a + 2b = -8$ $p(1) = -4 = 1 + a + 2b - 3 \rightarrow a + 2b = -2$ \rightarrow $a = -2$ $b = \frac{1}{2}$	۱

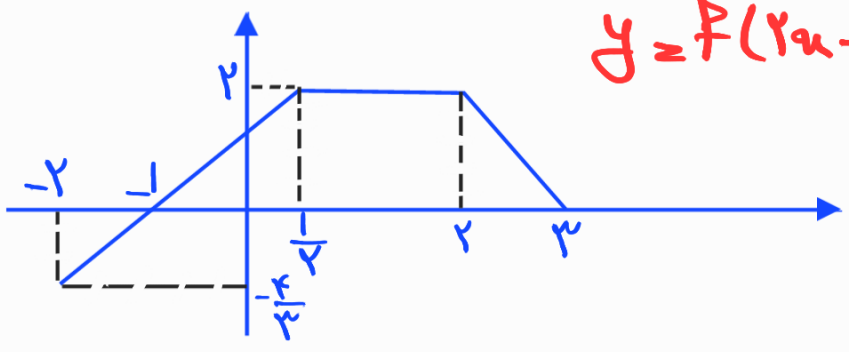
۱/۵ نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $y = 2f(2x - 1) - 2$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را بیابید.



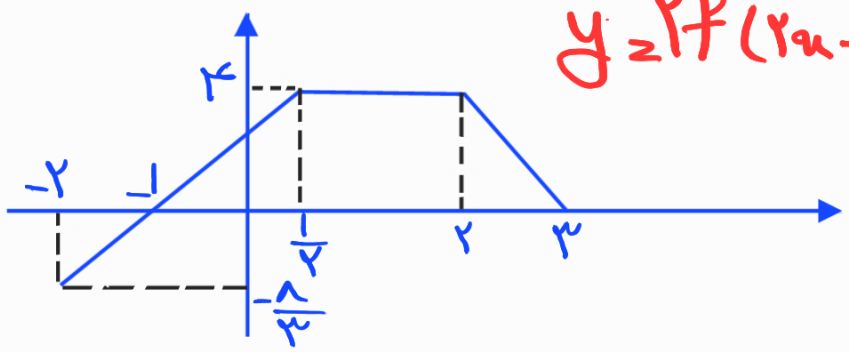
$y = f(x-1)$



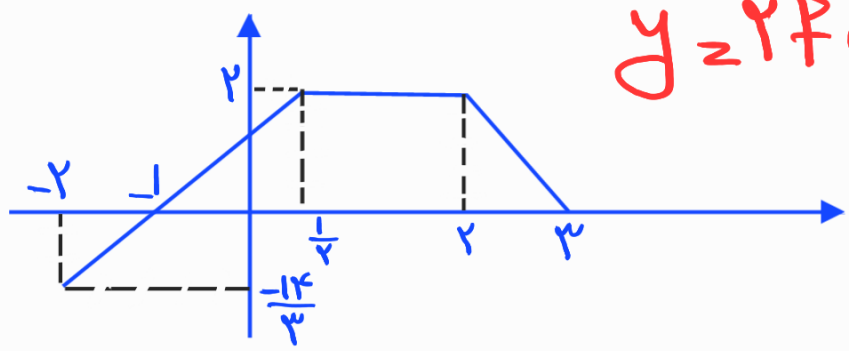
$y = f(2x-1)$



$y = 2f(2x-1)$



$y = 2f(2x-1) - 2$

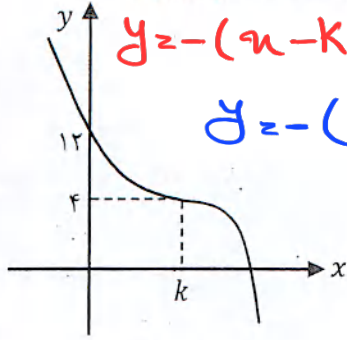


دامنه: $[-2, 4]$

برد: $[-\frac{14}{3}, 2]$

۵

نمودار تابع $y = -x^3 + 2mx^2 - nx + 2p$ به صورت زیر است، حاصل $m+n+p$ را بیابید.



$$y = -(x-k)^3 + \xi \xrightarrow{(0,12)} 12 = k^3 + \xi \rightarrow k^3 = 8 \rightarrow k = 2$$

$$y = -(x-2)^3 + \xi = -x^3 + 6x^2 - 12x + 12$$

$$2m = 6 \rightarrow m = 3$$

$$-n = -12 \rightarrow n = 12$$

$$2p = 12 \rightarrow p = 6$$

$$\rightarrow m+n+p = 21$$

۱/۲۵

۶ اگر $f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{2}$ و $g(x) = \frac{1}{1-x^2}$ باشد، آنگاه دامنه تابع $f \circ g$ را به کمک تعریف بیابید.

$$D_f: 1-x \geq 0 \rightarrow x \leq 1 \quad D_g: \mathbb{R} - \{\pm 1\} \quad D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} - \{\pm 1\} \mid \frac{1}{1-x^2} \in x \leq 1\} = A \cap B$$

$$\frac{1}{1-x^2} \leq 1 \rightarrow \frac{1}{1-x^2} - 1 \leq 0 \rightarrow \frac{x^2}{1-x^2} \leq 0 \rightarrow \boxed{x \leq -1 \cup x \geq 1 \cup \{0\}} = B$$

$$D_{f \circ g} = A \cap B = \boxed{(-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \cup \{0\}}$$

۷

۱ اگر $f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$ و $f(x) = 3x - 14$ باشد، ضابطه $g(x)$ را بیابید.

$$f(g(x)) = 3g - 14 = 3x^2 - 6x + 14$$

$$3g = 3x^2 - 6x + 28 \rightarrow 3g = 3(x-1)^2 + 25$$

$$\div 3 \rightarrow g(x) = (x-1)^2 + \frac{25}{3}$$

۸

۱/۵ اگر $f(x) = x^2 - 2x - 3$; $x \geq 1$ مفروض باشد،

$$y = (x-1)^2 - 4 \rightarrow x \geq 1$$

$$\rightarrow (x-1) \geq 0 \rightarrow (x-1)^2 \geq 0 \rightarrow (x-1)^2 - 4 \geq -4$$

$$f \text{ بد } y \geq -4 \rightarrow D_f^{-1}(x) = [-4, +\infty)$$

$$y+4 = (x-1)^2 \rightarrow |x-1| = \sqrt{y+4} \xrightarrow{x \geq 1} x-1 = \sqrt{y+4}$$

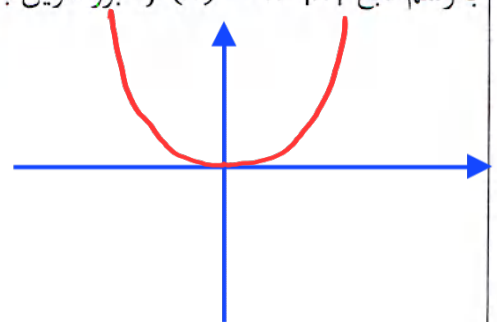
$$x = 1 + \sqrt{y-4} \xrightarrow{\substack{\text{تبدیل } x \\ \text{عوض}}} \boxed{f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x-4} ; x \geq -4}$$

۹

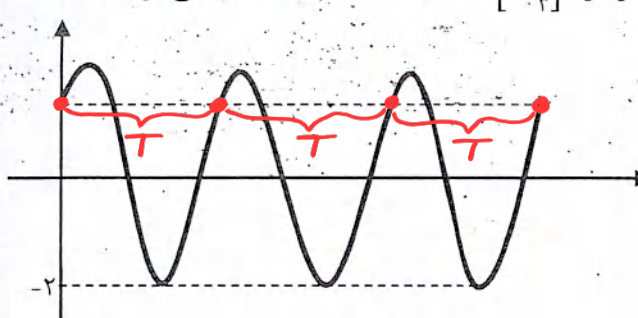
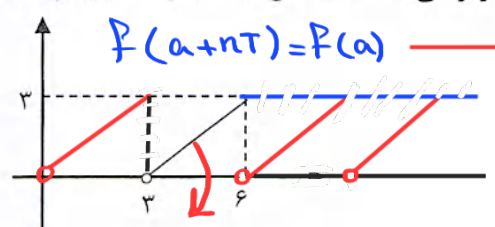
۰/۷۵ با رسم تابع $f(x) = x^2|x|$ ، بزرگترین بازه ای که این تابع اکیداً نزولی است را تعیین کنید.

$$y = x^2|x| = \begin{cases} x^3 & ; x \geq 0 \\ -x^3 & ; x < 0 \end{cases}$$

اکیداً نزولی: $(-\infty, 0]$



شماره سندلی:	به نام خدا	نوبت امتحانی: دی ماه ۱۴۰۱
نام و نام خانوادگی:	اداره کل آموزش و پرورش استان فارس	پایه: دوازدهم شعبه: تجربی
نام پدر:	اداره سنجش و پایش کیفیت آموزشی	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۱
نام درس: ریاضی ۳	اداره آموزش و پرورش ناحیه ۱ شیراز	شروع امتحان: ۸ صبح
تعداد صفحه: ۴	دبیرستان استعدادهای درخشان شهید دستغیب ۲	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه

ردیف	سوالات	صفحه ۳	نمره
۱۰	<p>شکل روبرو نمودار تابع $y = 1 - a \cos(b\pi x + \frac{\pi}{4})$ در بازه $[0, \frac{1}{3}]$ است. $a + b$ چه اعدادی می تواند باشد؟</p>  <p> $y = 1 + a \sin(b\pi x)$ $3T = \frac{1}{3} \rightarrow T = \frac{1}{9} = \frac{2\pi}{ b\pi } \rightarrow b = \frac{9}{2}$ $1 = \frac{\max + \min}{2} = \frac{\max - 2}{2} \rightarrow \max = 2$ $a = \frac{\max - \min}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2$ </p> <p> $a = 2$ $b = \frac{9}{2}$ </p> <p>نمودار در صورتی $ab > 0$ است \rightarrow $\begin{cases} a=2 \\ b=\frac{9}{2} \end{cases}$ یا $\begin{cases} a=-2 \\ b=-\frac{9}{2} \end{cases}$</p>	۱/۵	
۱۱	<p>قسمتی از نمودار یک تابع متناوب با دوره تناوب $T = 3$ به صورت زیر می باشد. حاصل $f(9) + f(11)$ کدام است؟</p>  <p> $f(a + nT) = f(a) \rightarrow f(9) = f(3 + 2(3)) = f(3) = 3$ $f(11) = f(5 + 2(3)) = f(5) = 2$ $f(9) + f(11) = 3 + 2 = 5$ </p> <p> $y = x - 3$ معادله خط $3 < x \leq 6$ </p>	۱	
۱۲	<p>اگر $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ و α در ناحیه سوم باشد، مقدار $\cos 2\alpha$ را محاسبه کنید.</p> <p> $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25}$ $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2(\frac{16}{25}) - 1 = \frac{32}{25} - 1 = \frac{7}{25}$ </p>	۰/۱۷۵	
۱۳	<p>مجموع جواب های معادله $\sin 2x - \sqrt{3} \cos x = 0$ در بازه $[0, \pi]$ را بیابید.</p> <p> $2 \sin x \cos x - \sqrt{3} \cos x = 0 \rightarrow \cos x (2 \sin x - \sqrt{3}) = 0$ $\cos x = 0 \xrightarrow{x \in [0, \pi]} x = \frac{\pi}{2}$ $2 \sin x - \sqrt{3} = 0 \rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{x \in [0, \pi]} x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$ مجموع جوابها: $\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3} = \frac{7\pi}{6}$ </p>	۱/۵	

حاصل حدهای زیر را محاسبه کنید. (استفاده از هم ارزی پرتوان مجاز و هوپیتال غیرمجاز)

$$1) \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x-1}{-x^2+x+6} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x-1}{-(x+2)(x-3)} = \frac{-5}{0^+} = -\infty$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|1-2x| + \sqrt{x^2-5x}}{\sqrt{x} + \sqrt{9x^2-x+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1-2x) + |x|}{\sqrt{x} + 3|x|}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-2x+x}{\sqrt{x}+3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{3x} = -\frac{1}{3}$$

اگر $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{a[x]-a^x}{3x^2+x-2} = -\infty$ حدود a را بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{a[-1^+] - a^x}{(x+1)(3x-2)} = \frac{-a+a^x}{0^-} = -\infty \rightarrow a^x - a > 0$$

$a < 0 \vee a > 1 \quad A$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{a[-1^-] - a^x}{(x+1)(3x-2)} = \frac{-2a+a^x}{0^+} = -\infty \rightarrow a^x - 2a < 0$$

$0 < a < 2 \quad B$

$a > 0 \Rightarrow A \cap B = (1, 2)$

در تابع $f(x) = \frac{ax^n+15}{3x-\sqrt{4x^2+15x}}$ اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ محاسبه کنید.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n+15}{3x-\sqrt{4x^2+15x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n}{3x-|3x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^n}{2x} = -1$$

$n=1 \rightarrow \frac{a}{2} = -1 \rightarrow a = -2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-2x+15}{3x-\sqrt{4x^2+15x}}$

حاصل: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-2(x-3)(3x+\sqrt{4x^2+15x})}{(3x-\sqrt{4x^2+15x})(3x-\sqrt{4x^2+15x})}$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-2(x-3)(18)}{2x(x-3)} = \frac{-18}{3} = -6$$

۲۰٪