

(کسرها)

اهداف:

- 1- کسر بزرگتر از واحد را می شناسد.
- 2- تمرین مربوط به کسر بزرگتر از واحد را به درستی انجام می دهد.
- 3- ضرب کسرها را می داند.
- 4- تقسیم کسرها را می داند.
- 5- تمرین مربوط به ضرب کسر را درست انجام می دهد.
- 6- تمرین مربوط به تقسیم کسر را درست انجام می دهد.
- 7- تمرین مربوط به میلیاردها را درست انجام می دهد.
- 8- تکالیفش را تمیز و مرتب انجام می دهد.
- 9- ضرب عددهای مخلوط را به درستی انجام می دهد.
- 10- ضرب عددهای مخلوط را می داند.

فصل دوم: کسرها

یادآوری مفهوم کسرها:

در کلاس چهارم با مفهوم کسرها آشنا شدیم و آموختیم وقتی یک شکل واحد را به قسمت های مساوی تقسیم کنیم و تعدادی از این قسمت ها را رنگ کنیم، قسمت رنگ شده کسری از واحد را نشان می دهد.

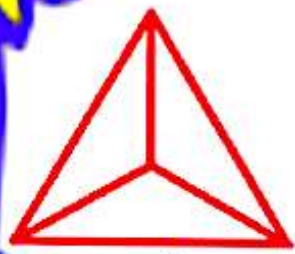
در نمایش کسرها، مخرج کسر نشان دهنده تعداد کل قسمت های مساوی شکل واحد می باشد و صورت کسر نیز نشان دهنده تعداد قسمت های رنگ شده می باشد.

موارد زیر مثال هایی از کسر می باشند.

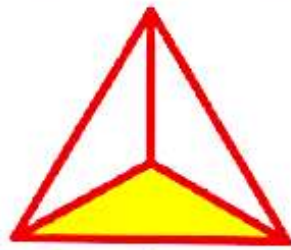


در مثال زیر، شکل واحد یک مثلث است که به 3 قسمت مساوی تقسیم شده است. لذا مخرج کسر 3 می باشد.

تعداد خانه های رنگ شده، یعنی صورت کسر نیز 1 می باشد.



واحد



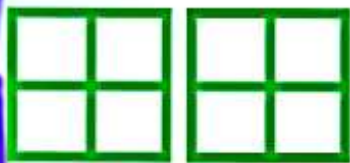
$\frac{1}{3}$



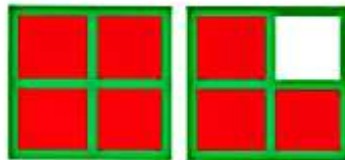
مثال:

در مثال زیر، دو تا مربع یک واحد را تشکیل می دهند که در سمت چپ خط چین نشان داده شده است.

چون کل واحد (دو مربع) جمعا 8 قسمت مساوی دارند، لذا مخرج کسر 8 می باشد. تعداد قسمت رنگی 7 قسمت است، لذا صورت کسر 7 می باشد.



واحد



$\frac{7}{8}$



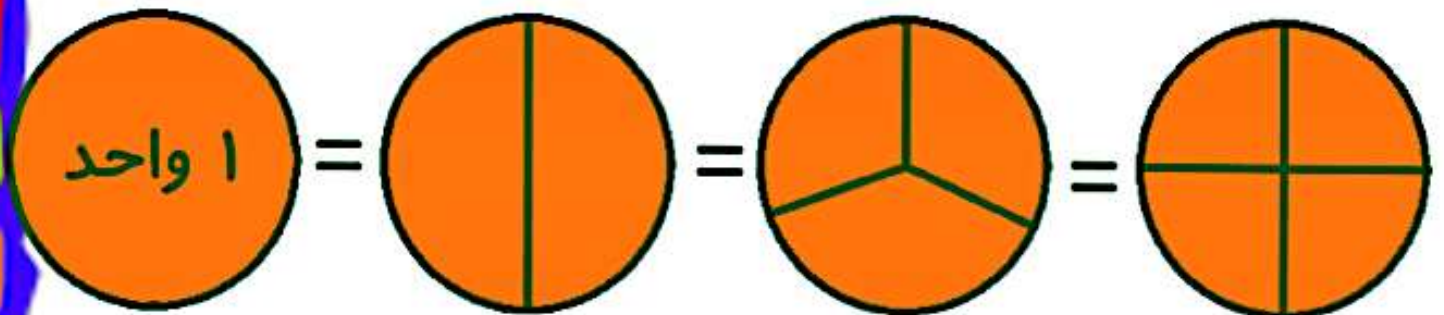
دسته بندی کسرها:

کسرها به دسته های زیر تقسیم می شوند:

الف: کسرهایی برابر واحد:

کسری است که صورت و مخرج آن برابر واحد است. یعنی تمام قسمت‌های یک واحد کامل رنگ شده اند. لذا یک واحد کامل بوده و برابر با 1 می باشد.

مثالهای زیر نمونه هایی از کسر برابر واحد می باشند.



$$\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = 1$$

نکته:

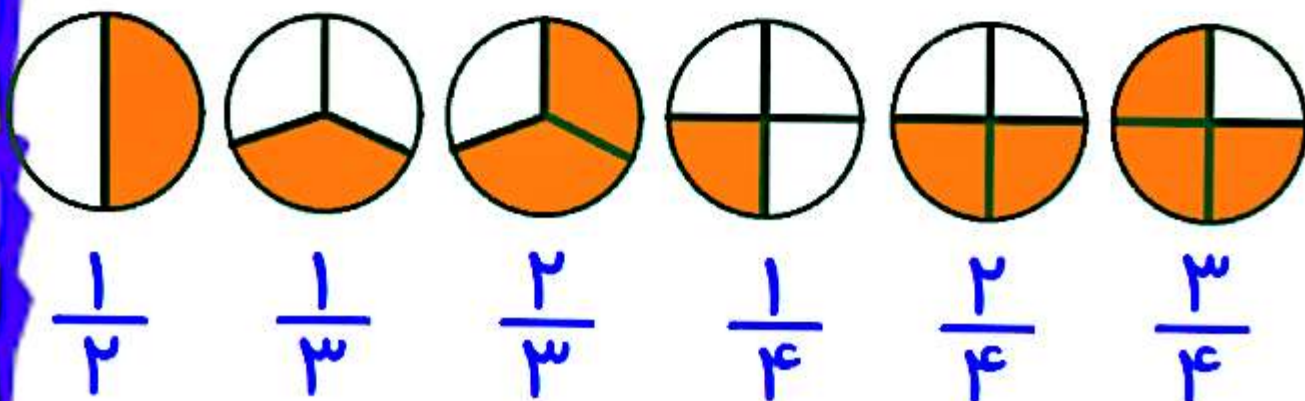


به این نکته توجه کنید که ما نمی توانیم شکلی
رسم کنیم که آن را به صفر قسمت تقسیم کنیم تا
عدد صفر در مخرج کسر قرار گیرد.
لذا هیچگاه مخرج یک کسر صفر نخواهد بود.

پس کسر $\frac{\quad}{0}$ مساوی واحد نیست.

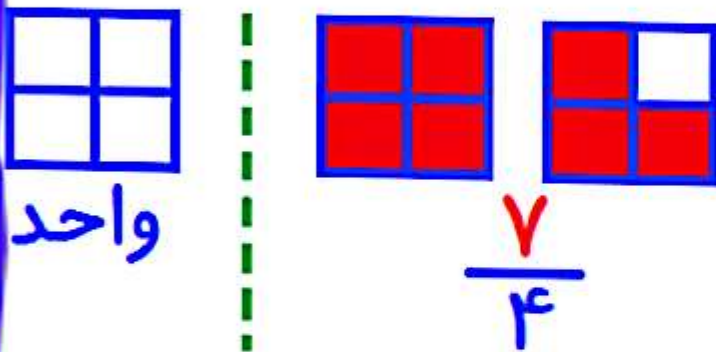
ب: کسر کوچکتر از واحد:

در این نوع کسرها، صورت از مخرج کوچکتر
است. یعنی تعداد قسمت‌های رنگ شده از تعداد کل
قسمت های شکل واحد کمتر است.
مثالهای زیر نمونه هایی از کسر کوچکتر از واحد
هستند.



ج: کسر بزرگتر از واحد:

کسر بزرگتر از واحد، کسری است که صورت کسر از مخرج آن بزرگتر باشد. برای رسم شکل مربوط به کسر بزرگتر از واحد، یک یا چند شکل واحد کامل به همراه یک کسر کوچکتر از واحد رسم می شود. مثال زیر نمونه ای از کسر کوچکتر از واحد هستند.



د: کسر مساوی صفر

کسری که فقط صورت آن صفر باشد، کسر مساوی صفر است. در رسم این نوع کسرها، هیچ یک از قسمت های کسر رنگ نمی شود و کل شکل بی رنگ باقی می ماند. زیرا تعداد واحدهای رنگ آمیزی (صورت کسر) صفر تعیین شده است. مثالهای زیر، نمونه هایی از کسرهایی برابر با صفر می باشند.



مقدار رنگ شده در تمام شکل‌ها صفر است

$$\frac{0}{2} = \frac{0}{3} = \frac{0}{4} = 0$$



نمایش کسر روی محور:

برای نمایش کسر بر روی محور، ابتدا می‌بایست هر واحد روی محور را به تعداد عدد مخرج کسر تقسیم کنیم. سپس به تعداد صورت کسر از این واحدها شمارش می‌کنیم و از صفر محور به این نقطه وصل می‌کنیم. جهت درک بهتر مثال زیر را ببینید.



کسر زیر را روی محور نشان دهید.



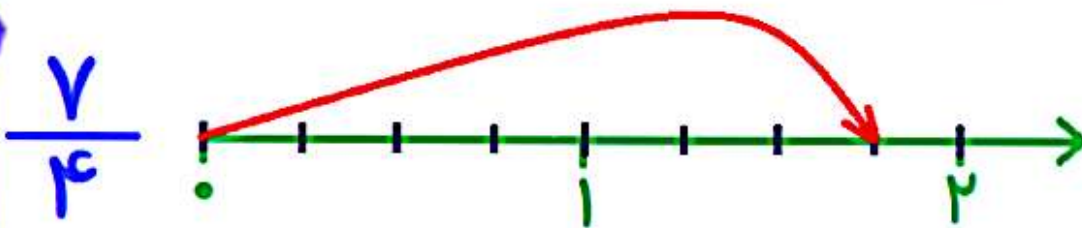


کسر زیر را روی محور نشان دهید.



جواب:

مخرج کسر عدد 4 است. پس باید بین واحدها را به چهار قسمت تقسیم کنیم. بعد به تعداد عدد صورت یعنی هفت شمارش کرده و از نقطه صفر به آن رسم می کنیم.



عدد مخلوط:

عدد مخلوط روش دیگری برای نمایش کسرهاست

عدد مخلوط:

عدد مخلوط روش دیگری برای نمایش کسره‌های بزرگتر از واحد است.

وقتی کسری بزرگتر از واحد بود باید تا آنجا که ممکن است واحدهای کامل را از آن بیرون بکشیم و به صورت عدد صحیح در کنار آنچه باقی مانده و کسر کوچکتر از واحد است قرار دهیم. در این صورت عدد مخلوط را به دست آورده ایم.

برای این کار باید صورت کسر را به مخرج تقسیم کنیم. بعد خارج قسمت تقسیم را به عنوان عدد صحیح در نظر می‌گیریم و باقیمانده تقسیم را به عنوان صورت بخش کسری نوشته و مقسوم علیه تقسیم را نیز به عنوان مخرج بخش کسری می‌نویسیم.

برای درک بهتر مثال زیر را ملاحظه نمایید.



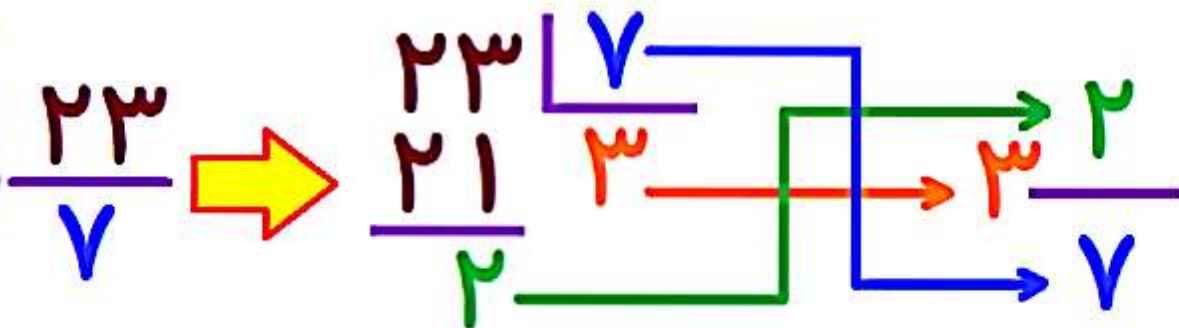
کسر زیر را با تقسیم کردن به عدد مخلوط تبدیل کنید. سپس با رسم شکل و محور آن را نمایش



کسر زیر را با تقسیم کردن به عدد مخلوط تبدیل کنید. سپس با رسم شکل و محور آن را نمایش دهید.

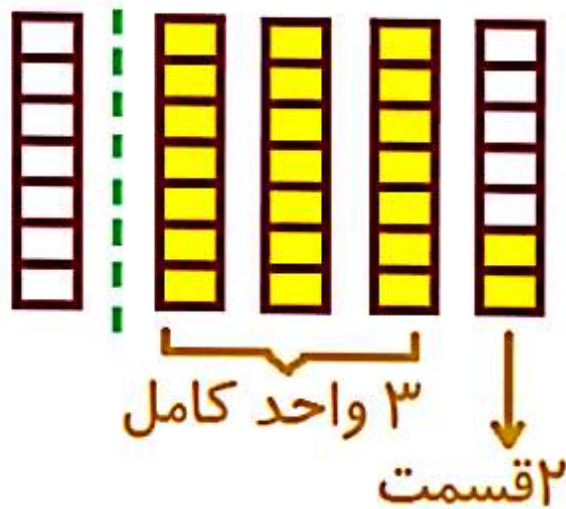
$$\frac{۲۳}{۷}$$

جواب:



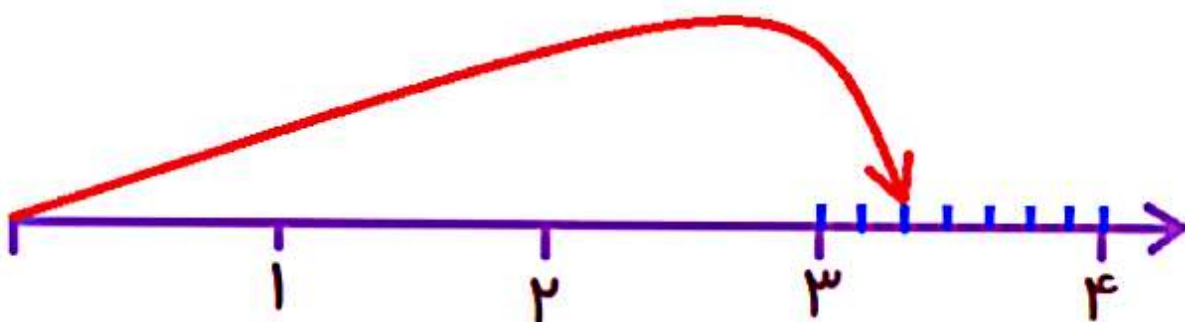
رسم شکل به صورت زیر است:

مخرج کسر ۷ می باشد. پس هر واحد را به ۷ قسمت تقسیم می کنیم. در ۲۳ تا ۳ واحد کامل و ۲ قسمت وجود دارد



$$\frac{23}{7} = 2\frac{3}{7}$$

نمایش روی محور به صورت زیر است:



تبدیل عدد مخلوط به کسر بزرگتر از واحد:

برای تبدیل یک عدد مخلوط به کسر بزرگتر از واحد می بایست قسمت صحیح (عدد سمت چپ کسر) را در مخرج ضرب کرده و جواب هر چه به دست آمد با صورت کسر جمع کنیم و به عنوان صورت کسر جدید قرار می دهیم. مخرج کسر نیز بدون تغییر باقی می ماند.

مثال:



عدد مخلوط زیر را به کسر تبدیل کنید.

$$6\frac{2}{7}$$

جواب:

$$6\frac{2}{7} = \frac{6 \times 7 + 2}{7} = \frac{42 + 2}{7} = \frac{44}{7}$$

$$\cancel{7 \times 6} + 2 = 44$$

نکته:



در اعداد مخلوط بین عدد صحیح و قسمت کسری علامتی قرار ندارد، ولی در واقعیت بین آنها علامت جمع وجود دارد ولی نوشته نمی شود. به مثالهای زیر توجه کنید.

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} + \frac{2}{5}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{6}{8} + \frac{3}{8}$$

مقایسه عدد مخلوط:

برای مقایسه دو عدد مخلوط، از روش های زیر استفاده می کنیم.

الف: قسمت های صحیح دو عدد را با هم مقایسه می کنیم.

هر کدام عدد صحیح بزرگتری داشت، آن عدد مخلوط، بزرگتر است.



اعداد مخلوط زیر را با هم مقایسه کنید.

$$7\frac{3}{8} \square 5\frac{5}{7}$$

جواب:

عدد مخلوط سمت چپ دارای عدد صحیح بزرگتری است. لذا عدد مخلوط سمت چپ بزرگتر است.

$$7\frac{3}{8} > 5\frac{5}{7}$$

$7 > 5$

نکته مهم:

عدد مخلوط باید استاندارد باشد. یعنی قسمت کسری عدد مخلوط باید خودش کوچکتر از واحد باشد و در غیر اینصورت می بایست قسمت کسری خود را به عدد صحیح اولیه جمع شود، آنگاه مقایسه صورت پذیرد.



دو عدد مخلوط زیر را مقایسه کنید. (به نکته بالا دقت کنید)

$$3\frac{4}{5} \square 2\frac{7}{2}$$

جواب:

$$3 \frac{4}{5} \square 2 \frac{7}{2}$$

بخش کسری بزرگتر از واحد است.
باید خودش به عدد مخلوط تبدیل شود.

$$\frac{7}{2} = 3 \frac{1}{2}$$



$$3 \frac{4}{5} \square 3 \frac{1}{2}$$

ابتدا به نظر می رسید
عدد مخلوط سمت چپ بزرگتر باشد.

ب: مقایسه دو عدد مخلوط دارای اعداد صحیح
برابر:

هر گاه در مقایسه دو عدد مخلوط، قسمت عدد صحیح هر دو، با همدیگر برابر بود، سراغ قسمت کسری رفته و آنها را مقایسه می کنیم و هر کدام قسمت کسری بزرگتری داشت، آن عدد مخلوط، بزرگتر است.

در مقایسه کسرها یکی از حالات زیر مشاهده می شود:

- حالت اول:

در اعداد مخلوط با عدد صحیح برابر، اگر مخرج دو کسر برابر باشد، کسری بزرگتر است که صورت بزرگتری داشته باشد.
مثال زیر را ملاحظه کنید:

$$\begin{array}{ccc} & 2 < 4 & \\ & \swarrow & \searrow \\ \frac{3}{5} & & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} & < & \frac{4}{5} \end{array}$$

- حالت دوم:

در اعداد مخلوط با عدد صحیح برابر، اگر صورت دو کسر برابر باشد، کسری کوچکتری داشته باشد.
مثال زیر را ملاحظه کنید:

مثال زیر را ملاحظه کنید:

$$\frac{3^4}{7} < \frac{3^4}{5}$$

$7 > 5$

- حالت سوم:

در اعداد مخلوط با عدد صحیح برابر، اگر مخرج دو کسر برابر باشد و صورت دو کسر نیز برابر باشد، آن دو کسر با هم برابرند.

مثال زیر را ملاحظه کنید:

$$\frac{3^4}{5} = \frac{3^4}{5}$$

- حالت چهارم:

در اعداد مخلوط با عدد صحیح برابر، اگر مخرج دو کسر برابر نباشد و صورت نیز برابر نباشد با نوشتن کسرهای مساوی با هر کدام، صورت ها یا مخرج ها را برابر کرده و سپس با یکی از 3 حالت بالا آنها را با هم مقایسه می کنیم.

مثال زیر را ملاحظه کنید:

مثال زیر را ملاحظه کنید:

$$\frac{3^4}{5} < \frac{3^9}{10} \Rightarrow \frac{3^8}{10} < \frac{3^9}{10}$$

Diagram illustrating the first case of fraction comparison. The first fraction is $\frac{3^4}{5}$ and the second is $\frac{3^9}{10}$. A yellow arrow points to the equivalent fraction $\frac{3^8}{10}$, which is then compared to $\frac{3^9}{10}$. Red arrows labeled $\times 2$ show the multiplication of the numerator and denominator of $\frac{3^4}{5}$ by 2 to get $\frac{3^8}{10}$.

طبق حالت اول:

عدد صحیح برابر و مخرج برابر دارند.
کسر سمت راست صورت بزرگتر دارد.

$$\frac{7^2}{5} < \frac{7^6}{11} \Rightarrow \frac{7^6}{15} < \frac{7^6}{11}$$

Diagram illustrating the second case of fraction comparison. The first fraction is $\frac{7^2}{5}$ and the second is $\frac{7^6}{11}$. A yellow arrow points to the equivalent fraction $\frac{7^6}{15}$, which is then compared to $\frac{7^6}{11}$. Red arrows labeled $\times 3$ show the multiplication of the numerator and denominator of $\frac{7^2}{5}$ by 3 to get $\frac{7^6}{15}$.

طبق حالت دوم:

عدد صحیح برابر و صورت برابر دارند.
کسر سمت راست مخرج کوچکتر دارد.

$$\frac{9^2}{5} < \frac{9^4}{10} \Rightarrow \frac{9^4}{10} < \frac{9^4}{10}$$

Diagram illustrating the third case of fraction comparison. The first fraction is $\frac{9^2}{5}$ and the second is $\frac{9^4}{10}$. A yellow arrow points to the equivalent fraction $\frac{9^4}{10}$, which is then compared to $\frac{9^4}{10}$. Red arrows labeled $\times 2$ show the multiplication of the numerator and denominator of $\frac{9^2}{5}$ by 2 to get $\frac{9^4}{10}$.

طبق حالت سوم:
عدد صحیح و صورت و مخرج برابر دارند.



جمع و تفریق عددهای مخلوط:

در جمع و تفریق اعداد مهمترین کار یکسان نمودن مخرج کسرها می باشد.
در زیر نمونه هایی از روش های جمع و تفریق اعداد مخلوط را مشاهده می کنید.

الف) استفاده از شکل:

برای جمع دو عدد مخلوط به روش رسم شکل،

برای جمع دو عدد مخلوط به روش رسم شکل، ابتدا اگر مخرج یکسان نداشته باشند، آنها را هم مخرج کرده و بعد شکل مربوطه را رسم کرده و عملیات جمع یا تفریق را انجام می دهیم.

- در جمع: برای هر کسر یک شکل رسم می کنیم و بعد شکل ها را کنار هم گذاشته و جمع می کنیم.

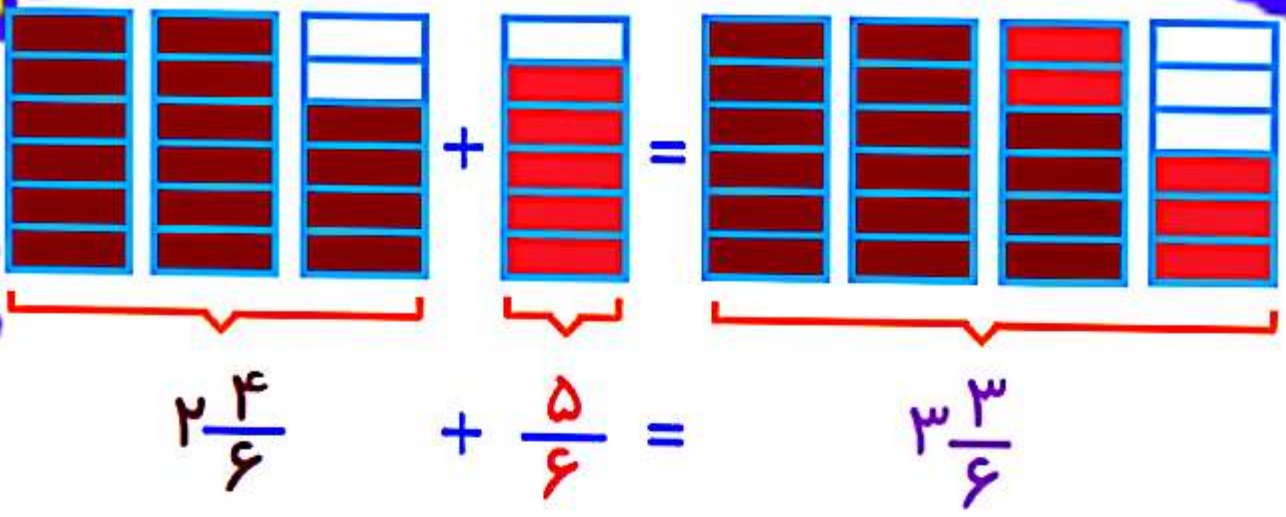
دقت کنید گاهی از جمع دوتا کسر، کسری بزرگتر از واحد درست میشه که می توان واحد کامل را از داخل آن بیرون کشید و با عدد صحیح جمع کرد.

- در تفریق: کسر مربوط به عدد مخلوط اول را رسم کرده و به اندازه کسر یا عدد مخلوط دوم از آن خط می زنیم.

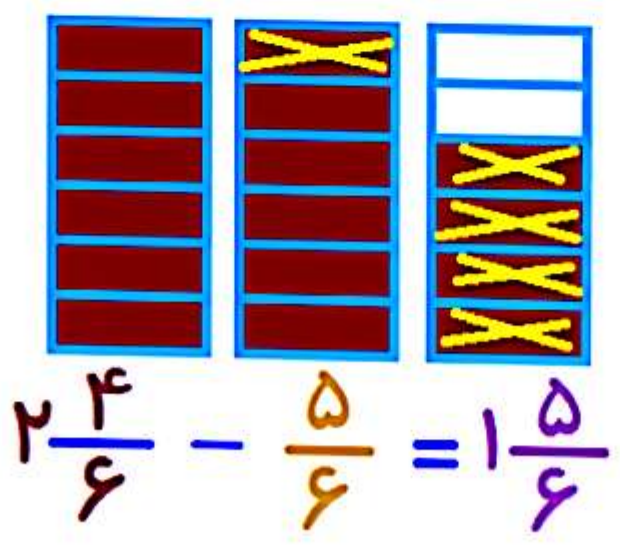
اگر بخش کسری کسر دوم کوچکتر از بخش کسری کسر اول بود، می بایست از بخش عدد صحیح کسر اول نیز خط بزنیم. به مثال های زیر توجه کنید.

مثال جمع با رسم شکل:

$$2\frac{2}{3} + \frac{5}{6} \xrightarrow{\text{هم مخرج می کنیم}} 2\frac{4}{6} + \frac{5}{6}$$



مثال تفریق با رسم شکل:



(ب) با رسم محور :

در این روش ابتدا کسرها را هم مخرج می کنیم. بعد اندازه بین واحدها را به اندازه مخرج به قسمت های مساوی تقسیم می کنیم.

عدد مخلوط اول را با فلشی که شروع آن از صفر می باشد روی محور نمایش می دهیم و عدد مخلوط دوم را از انتهای فلش دوم رسم می کنیم. اگر جمع بود به سمت راست و اگر تفریق بود به سمت چپ رسم می کنیم.

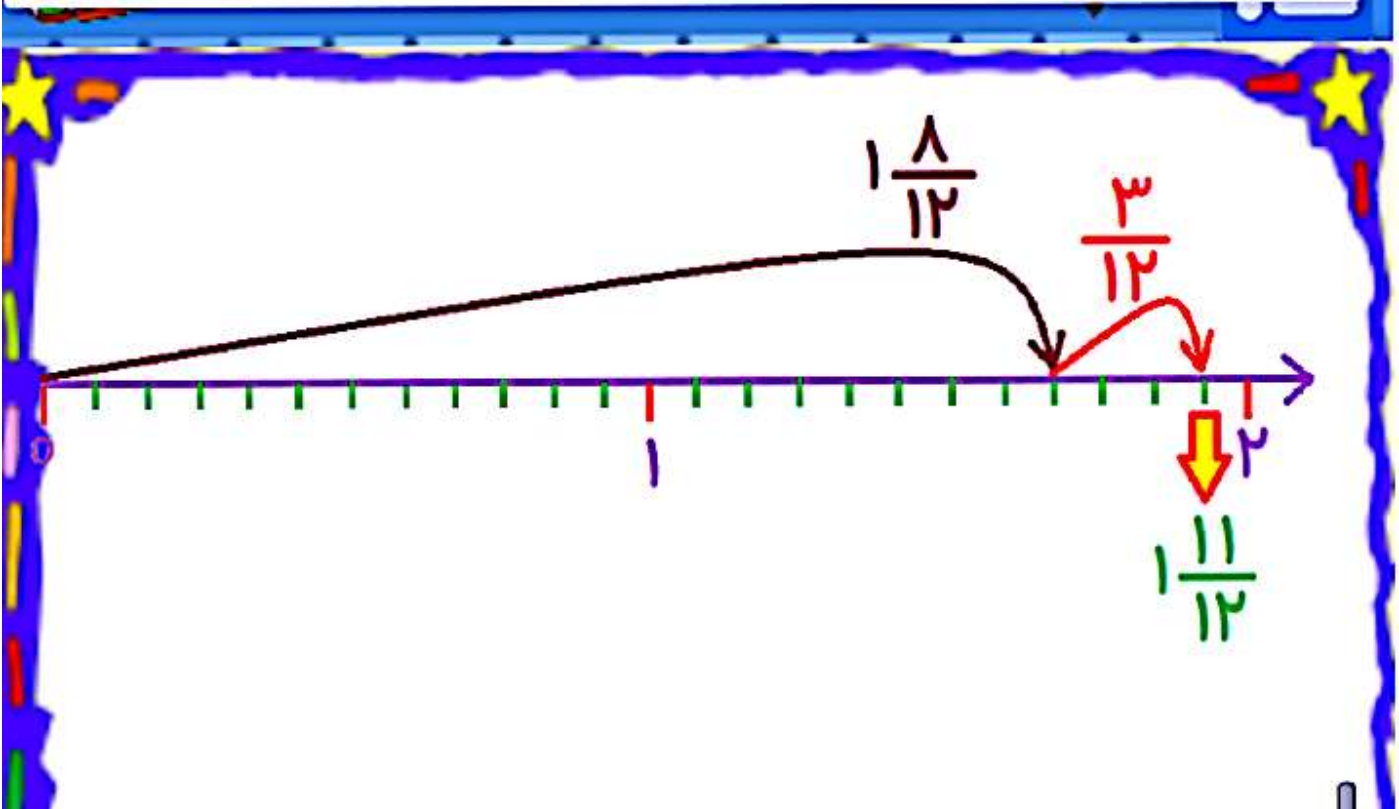
جهت راحتی کار می توان عدد مخلوط دوم را به کسر بزرگتر از واحد تبدیل کرد و بعد فلش آن را رسم کرد.

مثال های زیر را ملاحظه نمایید.

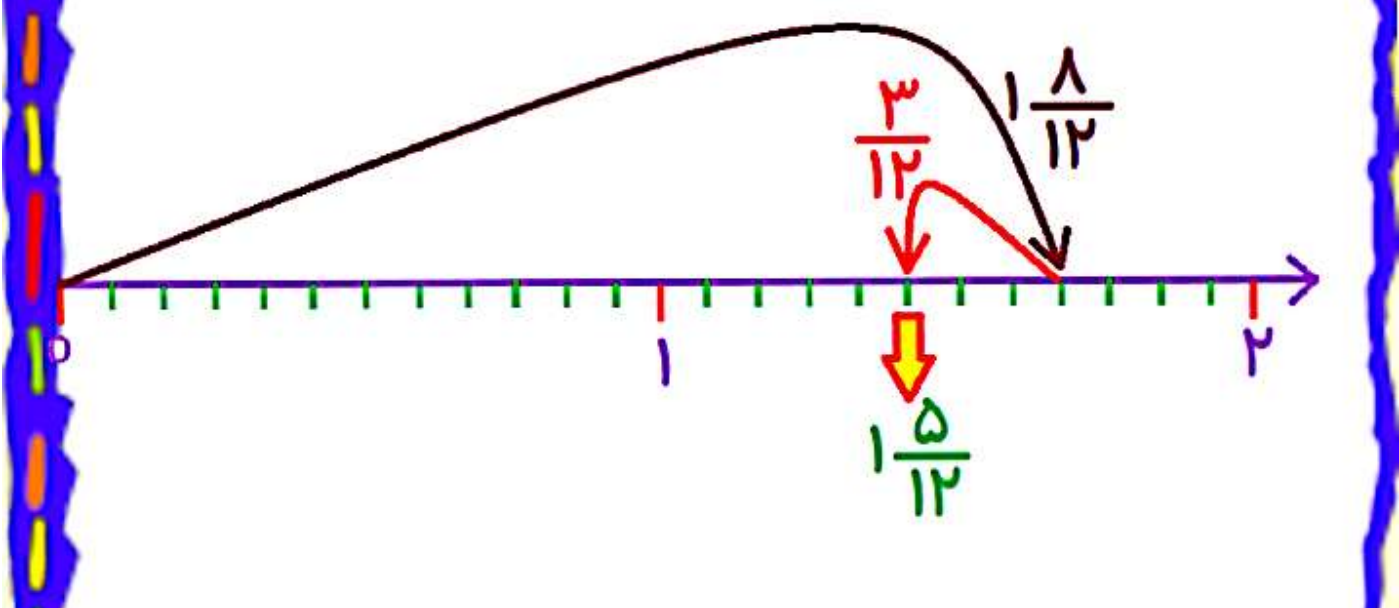
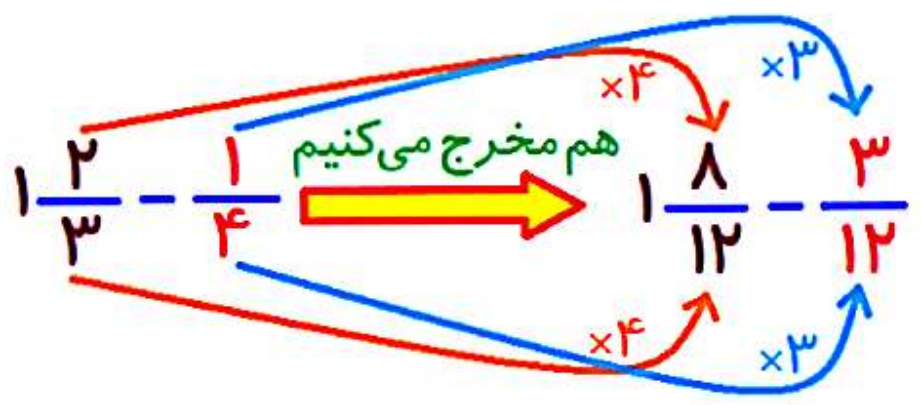
مثال جمع با رسم محور:

$$1\frac{2}{3} + 1\frac{1}{4} = 1\frac{8}{12} + \frac{3}{12}$$

هم مخرج می کنیم



مثال تفریق با رسم محور:



(ج) محاسبه ریاضی:

انجام عملیات جمع:

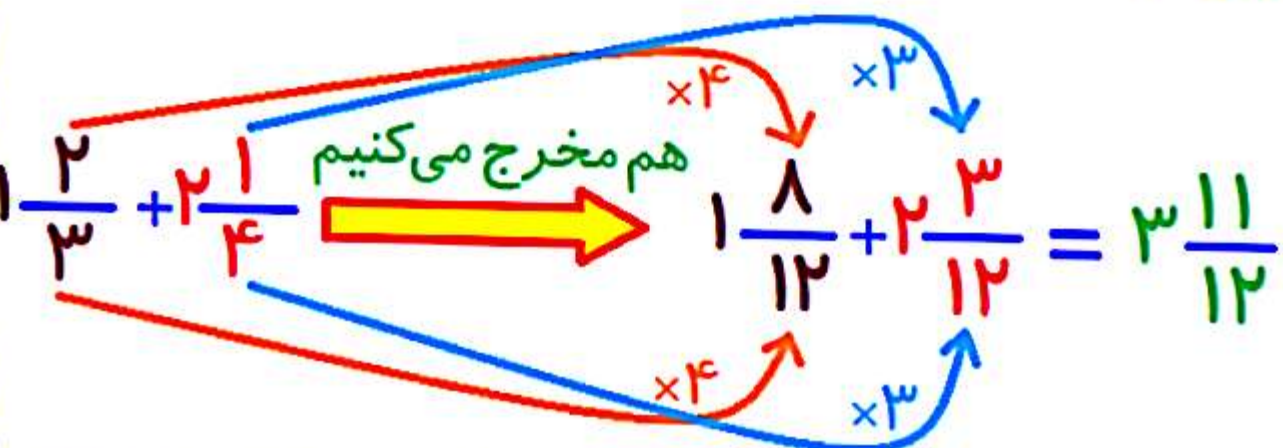
ابتدا اعداد صحیح را با هم جمع می کنیم و بعد کسرها را اگر مخرج برابر نداشتند، هم مخرج نموده و با هم جمع می کنیم. در انتها اگر بخش کسری جواب بزرگتر از واحد بود، آن را به عدد مخلوط تبدیل کرده و با عدد صحیح جمع می کنیم.



جمع دو عدد مخلوط زیر را، با روش محاسبه ریاضی به دست آورید.

$$1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{4}$$

جواب:


$$1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{4} = 1\frac{8}{12} + 2\frac{3}{12} = 3\frac{11}{12}$$

انجام عملیات تفریق:

ابتدا کسرها را اگر دارای مخرج برابر نیستند، هم مخرج می کنیم. بعد مقایسه می کنیم آیا بخش کسری عدد مخلوط اول از بخش کسری عدد مخلوط دوم بزرگتر هست که قابل تفریق باشد یا خیر؟

اگر بخش کسری عدد مخلوط اول از بخش کسری عدد مخلوط دوم بزرگتر بود، اعداد صحیح دوم را از عدد صحیح اولی کم می کنیم و بعد کسر دوم را نیز از کسر اول کم می کنیم.

مثال:



تفریق عدد مخلوط زیر را انجام دهید.

$$1\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4} =$$

جواب:

$$1 - 1 = 0$$

$$3 - 1 = 2$$

جواب:

$$\frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{3}$$

Diagram showing the conversion of the fractions to a common denominator of 12. The first fraction $\frac{3 \times 3}{4 \times 3}$ is converted to $\frac{9}{12}$ with the multiplier $4-1=3$ shown above. The second fraction $\frac{2 \times 4}{3 \times 4}$ is converted to $\frac{8}{12}$ with the multiplier $9-8=1$ shown above. The result is $\frac{1}{3}$.

نکته: 

اگر در جمع یا تفریق اعداد مخلوط، یکی از اعداد قسمت صحیح نداشت و تنها دارای قسمت کسری بود، به این معنی است که عدد صحیح آن صفر می باشد.

مثال در خصوص این نکته:



تفریق دو عدد مخلوط زیر را انجام دهید.

$$2\frac{4}{4} + 1\frac{4}{5}$$

جواب:

$$2 \frac{3 \times 5}{4 \times 5} + 1 \frac{4 \times 4}{5 \times 4} = 2 \frac{15}{20} + 1 \frac{16}{20} = 3 \frac{31}{20}$$

کسر بزرگتر از واحد ← $\frac{31}{20} = 1 \frac{11}{20}$

→ $3 \frac{31}{20} = 3 + 1 \frac{11}{20} = 4 \frac{11}{20}$

نکته: 

اگر در تفریق اعداد مخلوط، قسمت کسری عدد مخلوط اولی از قسمت کسری عدد مخلوط دوم کوچکتر باشد، امکان تفریق عدد بزرگ از یک عدد کوچک وجود ندارد، بنابراین به کمک قسمت عدد صحیح عدد مخلوط نیز نیاز داریم. لذا به یکی از دو روش زیر اقدام می کنیم:

روش اول:

در روش اول، هر دو عدد مخلوط را به کسر

بزرگتر از واحد تبدیل می کنیم تا عدد صحیح به

روش اول:

در روش اول، هر دو عدد مخلوط را به کسر بزرگتر از واحد تبدیل می کنیم تا عدد صحیح به کمک بخش کسری آمده و کسر اول به کمک یک واحد عدد صحیح، بزرگتر شده و امکان تفریق وجود داشته باشد و سپس تفریق را انجام می دهیم.

در نهایت اگر جواب تفریق کسر بزرگتر از واحد بود، آن را مجدداً به عدد مخلوط تبدیل می کنیم.

مثال روش اول



تفریق دو عدد مخلوط زیر را به دست آورید.

$$4\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3}$$

جواب:

$$4\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3} = (4-2) + \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\right)$$

جواب:

$$4\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3} = (\cancel{4} - 2) + (\cancel{\frac{1}{3}} - \frac{2}{3})$$

کسر اول از کسر دوم کوچکتر است و تفریق نمی شود.

$$4\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3} = \frac{13}{3} - \frac{8}{3} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$

روش دوم:

در روش دوم، یک واحد از عدد صحیح مربوط به عدد مخلوط اول کم کرده و به کسر آن اضافه می کنیم. حالا قسمت کسری آن به کمک این یک واحد، بزرگتر شده و امکان تفریق وجود دارد، لذا عملیات تفریق را انجام می دهیم.

مثال روش دوم

تفریق دو عدد مخلوط زیر را به دست آورید.

$$4\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3}$$

جواب:

$$\frac{1}{3} - \frac{2}{3} = (\cancel{1} - \cancel{2}) + (\frac{1}{3} - \frac{2}{3})$$

کسر اول از کسر دوم کوچکتر است و تفریق نمی شود.

$$\frac{1}{3} - \frac{2}{3} = 1 + \frac{1}{3} - \frac{2}{3}$$

$$= 1 + \frac{1}{3} - \frac{2}{3}$$

$$= 1 - \frac{1}{3}$$

$$= \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) + (1 - 1)$$

$$= 1 + \frac{1}{3}$$



ضرب کسرها:

در سال گذشته، ضرب یک عدد در کسر را آموختید. اکنون ضرب عدد در کسر را با سه روش زیر و مفهوم بهتر آموزش می بینیم.

ضرب عدد در کسر:

برای به دست آوردن حاصل ضرب یک عدد در یک کسر، سه روش زیر وجود دارد:

الف) استفاده از شکل:

در این روش ابتدا باید شکل واحد را انتخاب کنیم تا بدانیک یک واحد کامل به چند قسمت تقسیم شده است. زیرا شکل به هر چند قسمت مساوی که تقسیم شود، این تعداد قسمتها نشان دهنده مخرج کسر است.

بعد از اینکه شکل واحد و تعداد قسمتها

بعد از اینکه شکل واحد و تعداد قسمتها مشخص شد، به تعداد عدد داده شده که قرار است در کسر ضرب شود، با رنگ های مختلف کسر مورد نظر را نشان می دهیم.



حاصل ضرب زیر را با رسم شکل به دست آورید.

$$2 \times \frac{1}{3}$$

جواب:

با توجه به شکل واحد، مخرج کسر 3 بوده و تا انتهای محاسبات تغییر نمی کند. صورت کسر 1 است و عددی که ضرب شده 2 است. پس 2 نوع رنگ لازم داریم که از هر رنگ تعداد 1 خانه باید رنگ شود. (اگر لازم بود، می توانستم تعداد مثلث ها را بیشتر کنیم تا بتوانیم به تعداد مورد نیاز خانه رنگ کنیم)



$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

واحد به ۳ قسمت مساوی تقسیم شده، پس مخرج ۳ می باشد

ب) با رسم محور:

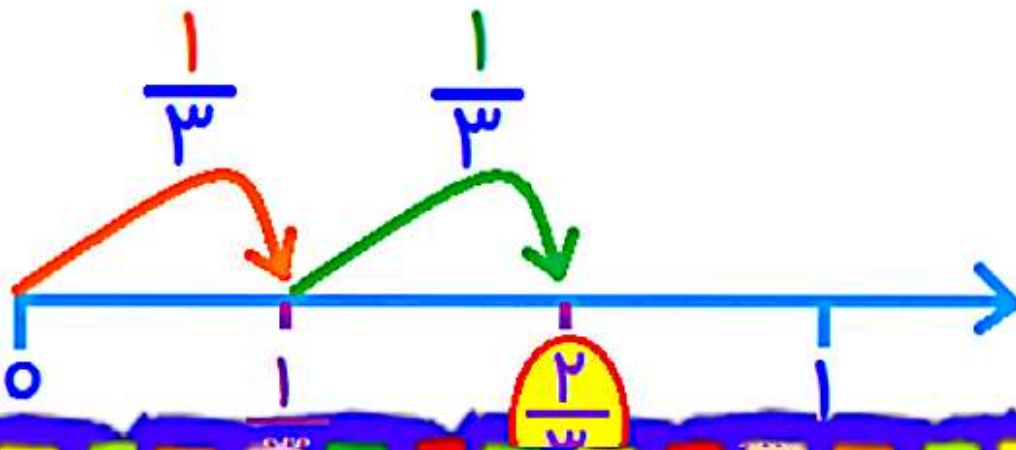
در این روش ابتدا به اندازه کسر داده شده، از صفر محور، یک فلش می کشیم و بعد این فلش را به تعداد عددی که در کسر ضرب شده است، تکرار می کنیم.



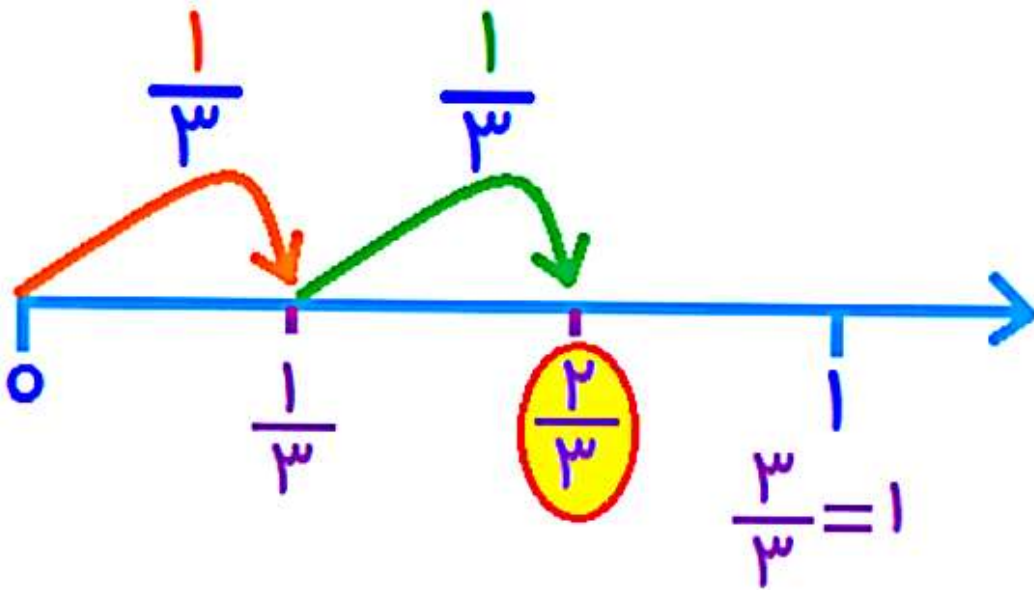
حاصل ضرب زیر را با رسم محور به دست آورید.

$$2 \times \frac{1}{3}$$

جواب:



جواب:



$$2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

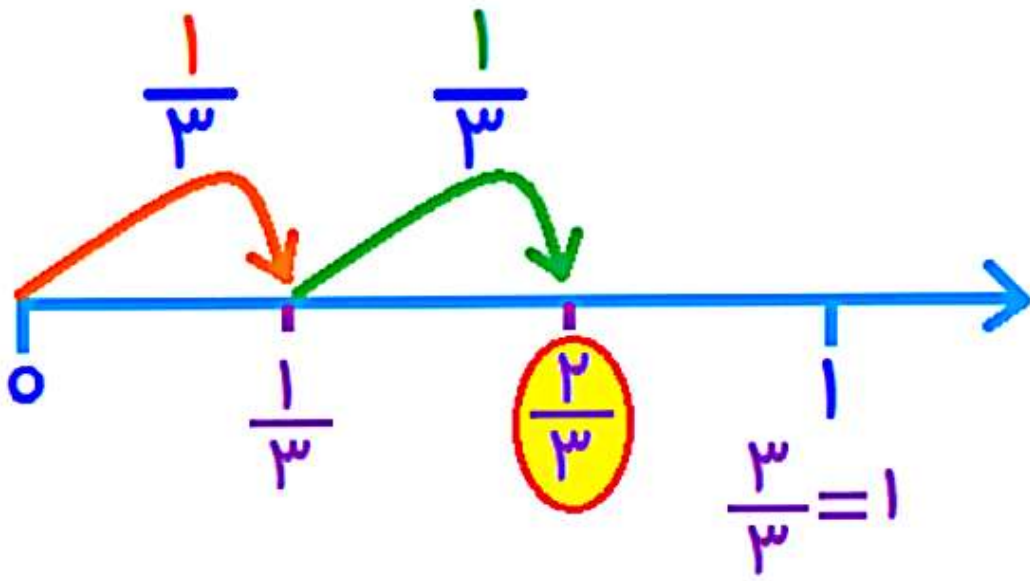
(ج) محاسبه ریاضی :

در این روش عدد ضرب شده در کسر را فقط در صورت کسر ضرب می کنیم و مخرج بدون تغییر باقی می ماند.



حاصل ضرب زیر را با محاسبه ریاضی به دست

جواب:



$$2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

(ج) محاسبه ریاضی :

در این روش عدد ضرب شده در کسر را فقط در صورت کسر ضرب می کنیم و مخرج بدون تغییر باقی می ماند.



حاصل ضرب زیر را با محاسبه ریاضی به دست



حاصل ضرب زیر را با محاسبه ریاضی به دست آورید.

$$7 \times \frac{3}{4}$$

جواب:

عدد 7 فقط در صورت کسر یعنی 3 ضرب می شود و مخرج کسر بدون تغییر باقی می ماند.

$$7 \times \frac{3}{4} = \frac{7 \times 3}{4} = \frac{21}{4}$$



ضرب کسر در عدد:

برای ضرب کسر در عدد نیز به سه روش زیر می توانیم اقدام کنیم.

الف) استفاده از شکل :

- در این روش مراحل کار به صورت زیر است:
- ابتدا شکل واحد را مشخص می کنیم و آن را به قسمتهای مساوی (به تعداد مخرج) تقسیم بندی می کنیم.
 - در مرحله بعد به تعداد عدد داده شده (که قرار است کسر در آن ضرب شود) شکل واحد را رسم می کنیم.
 - در انتها روی هر شکل کسر مورد نظر را نشان می دهیم.



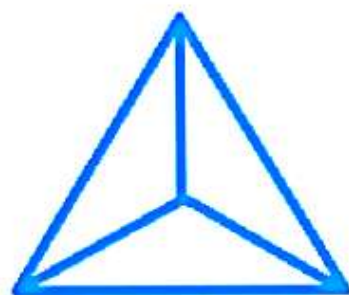
حاصل ضرب زیر را با رسم شکل به دست آورید.

$$\frac{1}{3} \times 2$$

جواب:



جواب:



واحد



واحد به ۳ قسمت تقسیم شده، پس مخرج ۳ می باشد
عدد ۲ است، پس ۲ تا از شکل واحد را رسم می کنیم
کسر $\frac{1}{3}$ را روی هر شکل رسم شده نشان می دهیم

جمع خانه های رنگی ۲ و مخرج همان ۳ می باشد

$$\frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$$

ب) با رسم محور:

در این روش از صفر محور تا عدد داده شده را
در نظر می گیریم.

حالا این محدوده در نظر گرفته شده را باید به
تعداد مخرج به قسمت های مساوی تقسیم کنیم.
به تعداد صورت کسر از این قسمتها که هر کدام
با یک فلش مشخص شده است، انتخاب می
کنیم.

برای درک بهتر، به مثال زیر توجه کنید.



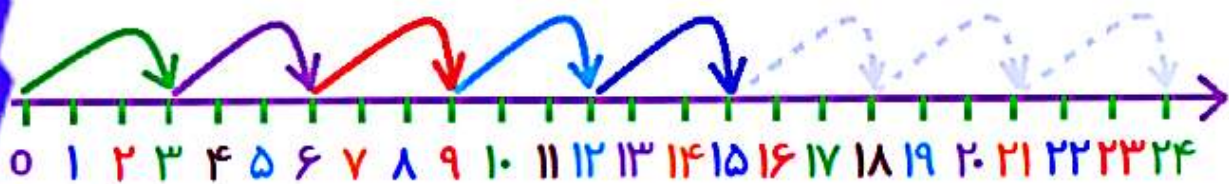
حاصل ضرب زیر را با استفاده از رسم محور به دست آورید.

$$\frac{5}{8} \times 24$$

جواب:

- محوری به طول 24 واحد رسم می کنیم.
- این 24 واحد را به 8 قسمت مساوی تقسیم می کنیم. (هر قسمت 3 واحد).
- حالا 5 تا از 8 قسمت را انتخاب می کنیم.

محور با 24 واحد رسم می کنیم $\frac{5}{8} \times 24$
24 واحد را به 8 قسمت تقسیم می کنیم $\frac{5}{8}$
هر قسمت 3 واحد است



تا قسمت پنجم را انتخاب می کنیم که به عدد 15 می رسد.

(ج) محاسبه ریاضی :

در این روش، کافی است عدد را در صورت کسر ضرب کنیم.



حاصل ضرب زیر را به کمک محاسبه ریاضی به دست آورید.

$$\frac{1}{5} \times 4$$

جواب:

$$\frac{1}{5} \times 4 = \frac{1 \times 4}{5} = \frac{4}{5}$$



ضرب کسر در کسر:

برای به دست آوردن حاصل ضرب دو کسر، یکی از سه روش زیر را به کار می‌بریم.

الف) استفاده از شکل:

در این روش طبق مراحل زیر اقدام می‌کنیم.

- شکل واحد را انتخاب می‌کنیم.
- شکل واحد را به تعداد مخرج کسر دوم تقسیم بندی می‌کنیم.
- به اندازه صورت کسر دوم، از قسمتهای شکل رنگ می‌کنیم.

حالا سراغ کسر دوم می‌رویم.

قسمت رنگ شده کسر را در نظر می‌گیریم و به قسمت رنگ نشده کار نداریم.

این قسمت رنگ شده کسر را به اندازه مخرج کسر اول جداگانه تقسیم بندی می‌کنیم.

حالا از این تقسیم بندی جدید که انجام داده ایم به اندازه صورت کسر اول با رنگی دیگر، رنگ آمیزی می‌کنیم.

حالا کسر جواب را می‌نویسیم، که در آن قسمت رنگ شده ی جدید، صورت کسر بوده و

تعداد کل تقسیم بندی شکل (چه رنگ شده و چه رنگ نشده) مخرج کسر می باشد.



حاصل ضرب دو کسر زیر را با استفاده از رسم شکل به دست آورید.

$$\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$$

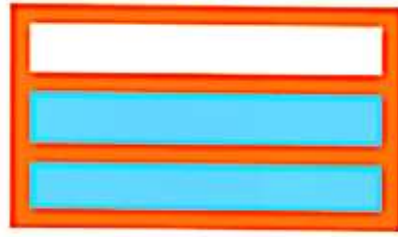
جواب:

شکل واحد را انتخاب می کنیم
شکل به ۳ قسمت تقسیم می شود
(به اندازه مخرج کسر دوم)



۲ قسمت شکل رنگ می شود
(به اندازه صورت کسر دوم)

۲ قسمت شکل رنگ می شود
(به اندازه صورت کسر دوم)



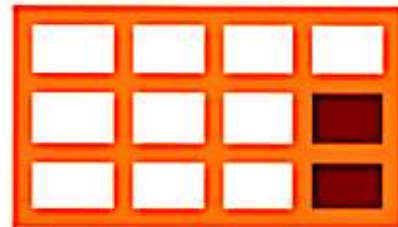
بخش رنگی را به ۴ قسمت تقسیم می کنیم
(به اندازه مخرج کسر اول)



۱ قسمت از ۴ قسمت جدید را رنگ می کنیم
(به اندازه صورت کسر اول)



شکل ۱۲ قسمت با اندازه جدید دارد.
۲ تا از قسمت‌های جدید رنگ شده



جواب: $\frac{2}{12}$

(ب) با رسم محور :

- در این روش به اندازه کسر دوم از صفر محور یک فلش رسم می کنیم.
- حالا قسمتی که جدا کرده ایم و با فلش نشان داده ایم را به اندازه مخرج کسر اول تقسیم بندی کرده و به اندازه صورت کسر اول از آن انتخاب می کنیم و بعد یک فلش دیگر (با شروع از نقطه صفر محور) رسم می کنیم.
- محل فلش دوم جواب ضرب می باشد.



حاصل دو کسر زیر را با رسم نمودار به دست آورید.

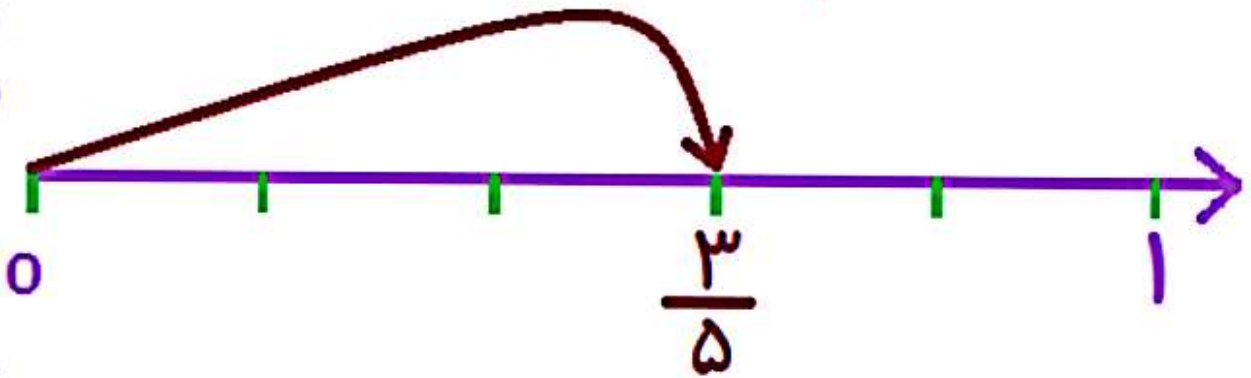
$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$$

جواب:

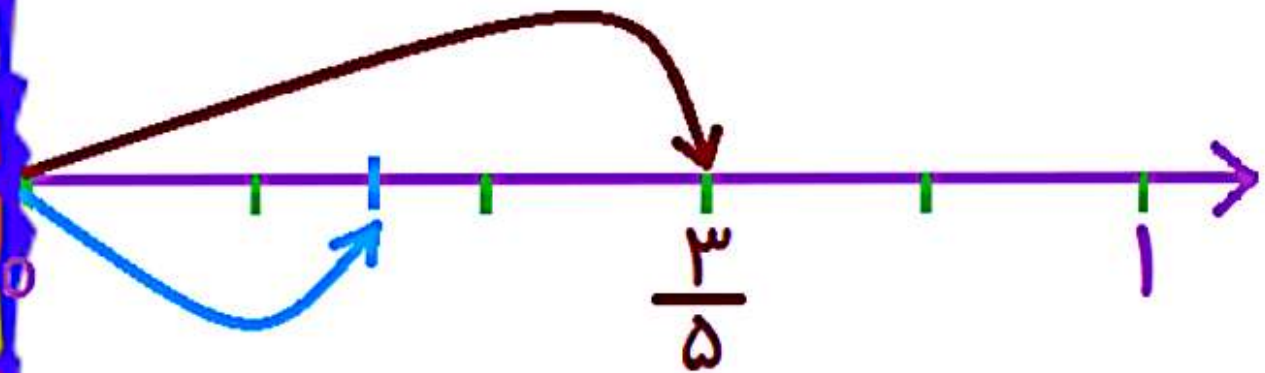
ابتدا کسر دوم را با فلش نمایش می دهیم

جواب:

ابتدا کسر دوم را با فلش نمایش می دهیم

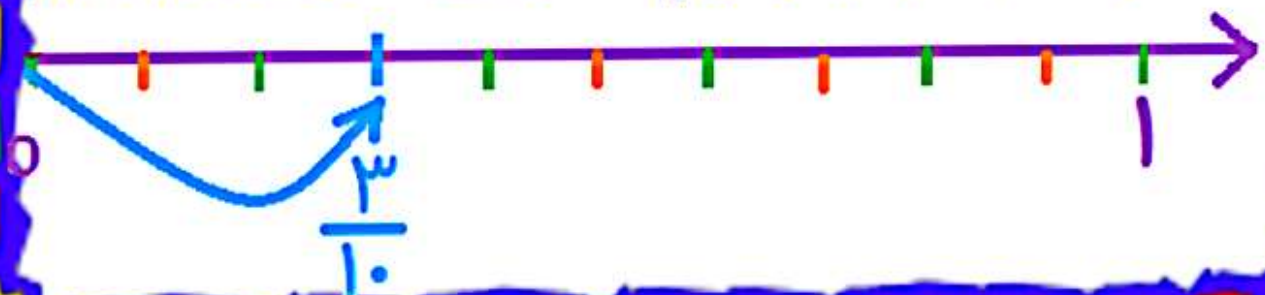


حالا محدوده بالا را به اندازه مخرج کسر اول (۲)
به دو قسمت تقسیم کرده و به اندازه صورت آن (۱)
یک قسمت را انتخاب می کنیم



محل فلش دوم جواب است

باید تمام قسمتها را به اندازه فاصله کوچکتر تقسیم
کنیم تا بتوانیم کسر این محل را بنویسیم



ج) محاسبه ریاضی :

در ضرب دو کسر در همدیگر، صورت کسر اول در صورت کسر دوم ضرب می شود و مخرج کسر اول نیز در مخرج کسر دوم ضرب می شود.



در ضرب کسرها اصلا نیازی به هم مخرج کردن کسرها نیست.



حاصل ضرب زیر را از طریق محاسبه ریاضی به دست آورید.

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{1 \times 3}{2 \times 5} = \frac{3}{10}$$



ضرب عددهای مخلوط:

عددهای مخلوط را می توان به دو روش در هم ضرب کرد.

الف) استفاده از شکل:

در این روش، برای ضرب دو عدد مخلوط، مستطیلی رسم می کنیم و عدد کوچکتر را به عنوان عرض مستطیل و عدد بزرگ تر را به عنوان طول مستطیل در نظر می گیریم.

در مرحله بعد قسمت های صحیح و کسری اعداد مخلوط طول و عرض را با پاره خط جدا می کنیم.

با این کار مستطیل بزرگ به چند مستطیل کوچکتر تقسیم می شود و با به دست آوردن مساحت این مستطیل ها و جمع آنها با همدیگر

مساحت مستطیل بزرگتر و در نتیجه ضرب دو عدد مخلوط به دست می آید.
برای درک بهتر مثال زیر را ببینید.

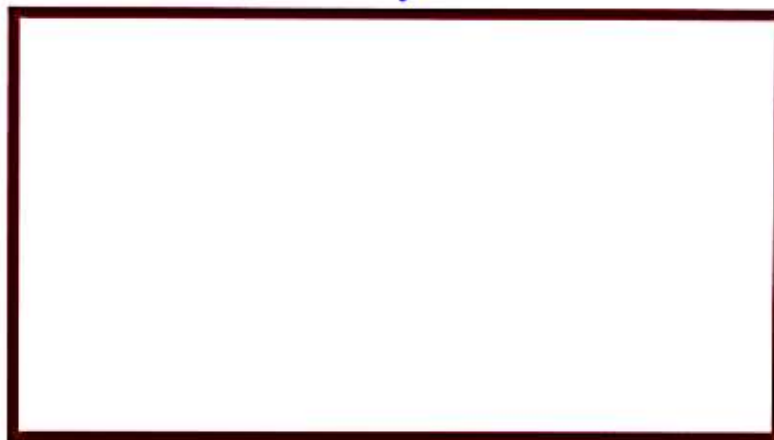


حاصل ضرب دو عدد مخلوط زیر را با روش رسم شکل (مساحت مستطیل) به دست آورید.

$$1\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{3}$$

جواب:

$$2\frac{1}{3}$$



$$1\frac{1}{2}$$

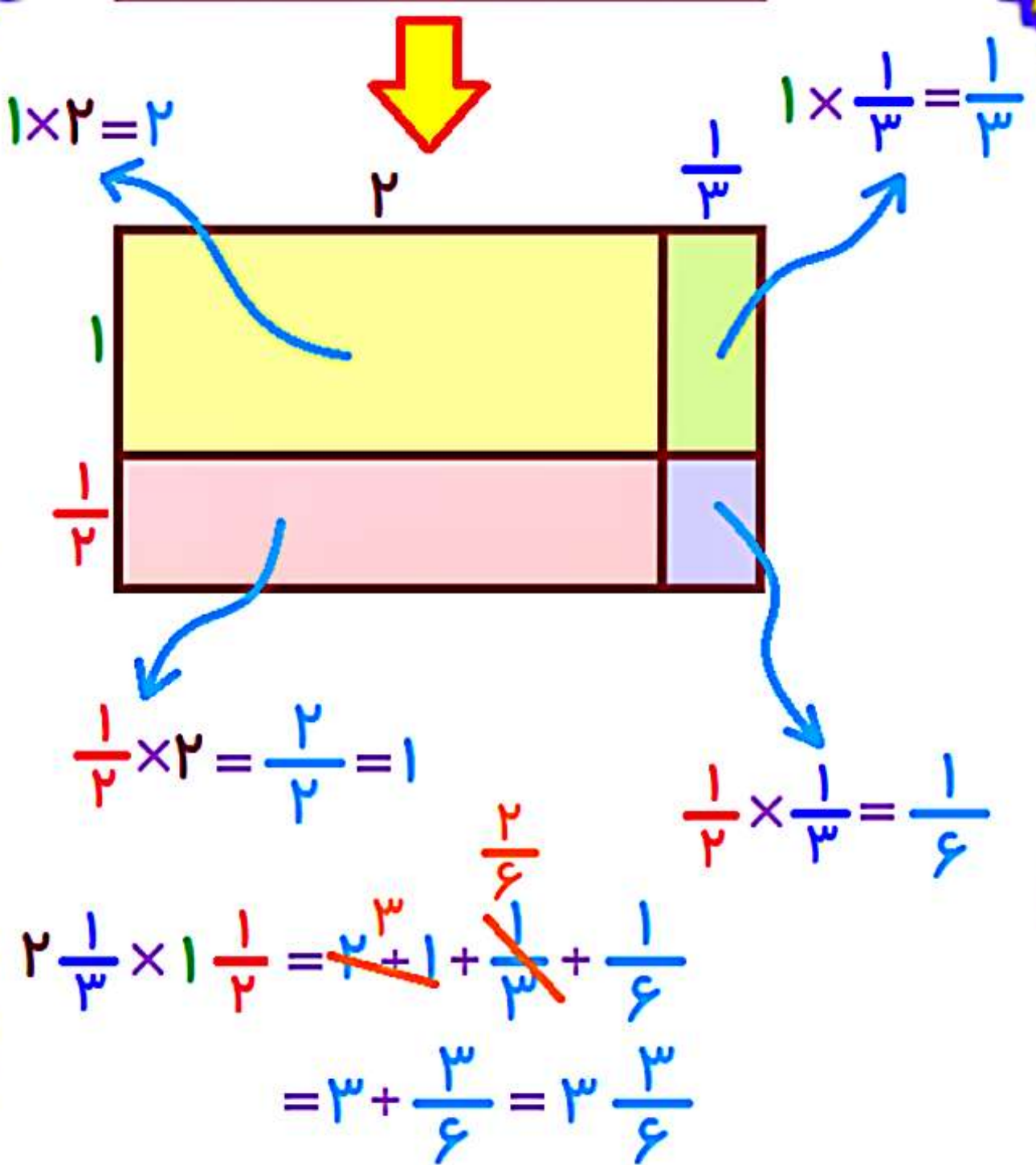
$$1 \times 2 = 2$$



$$1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$2$$

$$\frac{1}{3}$$



نکته:

روش حل ضرب اعداد مخلوط با رسم شکل را می توانیم بدون اینکه خود شکل را رسم کنیم ولی از فرمول رسم استفاده کنیم نیز حل کنیم. برای حل باید مراحل زیر را انجام دهیم.

الف: اعداد مخلوط را به صورت کسر تبدیل کنیم

- الف: عدد صحیح مربوط به عدد مخلوط اول را در عدد صحیح مربوط به عدد مخلوط دوم ضرب می کنیم.

- ب: عدد صحیح مربوط به عدد مخلوط اول را در کسر مربوط به عدد مخلوط دوم ضرب می کنیم.

- ج: عدد کسری مربوط به عدد مخلوط اول را در عدد صحیح مربوط به عدد مخلوط دوم ضرب می کنیم.

- د: عدد کسری مربوط به عدد مخلوط اول را در کسر مربوط به عدد مخلوط دوم ضرب می کنیم. در مرحله آخر جواب های "الف"، "ب"، "ج"، "د" را با هم جمع می کنیم.



مثال قبلی را بدون رسم شکل حل کنید.

$$1\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{3}$$

جواب:

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = (1 \times 2) + (1 \times \frac{1}{3}) + (\frac{1}{2} \times 2) + (\frac{1}{2} \times \frac{1}{3})$$

$$= 2 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{33}{6}$$

(ب) محاسبه ریاضی :

در این روش ابتدا هر دو عدد مخلوط را به کسر بزرگتر از واحد تبدیل کرده و سپس عدد های مخلوط را در هم ضرب می کنیم. در نهایت جواب را مجدداً به عدد مخلوط تبدیل می کنیم.



مثال:



حاصل همان مثال قبلی را با روش محاسبه ریاضی به دست آورید.

$$1\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{3}$$

جواب:

$$1\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{7}{3} = \frac{21}{6} = 3\frac{3}{6} \stackrel{\div 3}{=} 3\frac{1}{2}$$



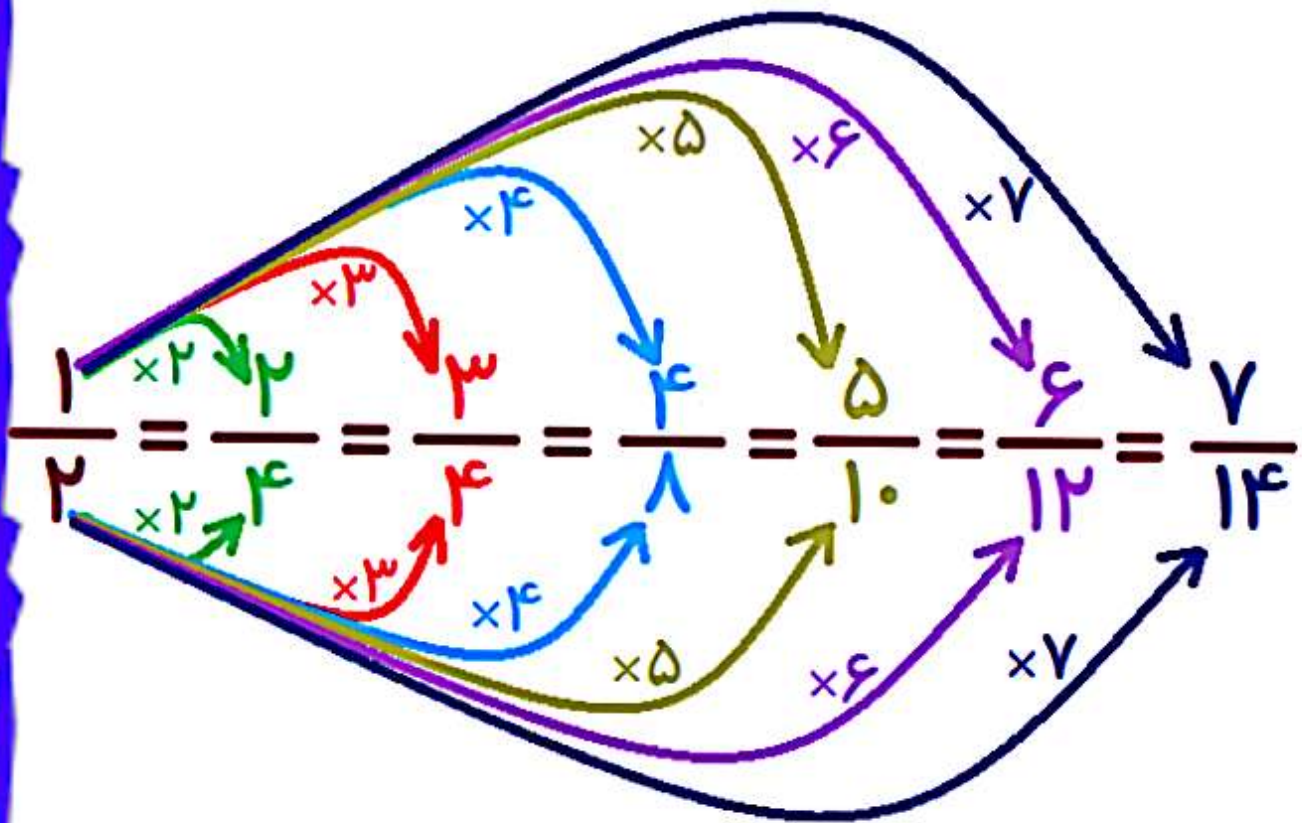
کسرهای مساوی:

اگر صورت و مخرج کسری را همزمان در یک عدد یکسان و مخالف صفر ضرب یا تقسیم کنیم، کسر جدید به دست می آید که با کسر اول برابر است.

مثال:



کسره‌های زیر با هم برابر هستند



ساده کردن در ضرب کسرها:

در ضرب کسرها عملیات ساده کردن به دو روش قابل انجام است.

-الف: ابتدا کسرها را ساده کنیم و بعد عملیات ضرب را انجام دهیم.

-ب: عملیات ضرب کسرها را انجام دهیم و بعد جواب به دست آمده را ساده کنیم.

مثال:



حاصل ضرب های زیر را به دست آورده و در آخر،
جواب را ساده کنید.

$$\frac{7}{14} \times \frac{2}{5}$$

جواب:

$$\frac{7}{14} \times \frac{2}{5} = \frac{7 \times 2}{14 \times 5} = \frac{14 \div 2}{20 \div 2} = \frac{7}{10}$$

نکته:

اگر در صورت و مخرج کسر فقط از عملیات ضرب استفاده شده باشد، می توانیم اعداد صورت و مخرج را بر عددی مشترک تقسیم کنیم و عدد قبلی را خط بزنییم و حاصل تقسیم را به جای آن قرار دهیم.

مثال:



حاصل ضرب مقابل را بعد از ساده کردن به دست آورید.

$$\frac{8}{15} \times \frac{27}{4}$$

جواب:

$$\frac{8}{15} \times \frac{27}{4} = \frac{8 \times 27}{15 \times 4} = \frac{2 \times 9}{5 \times 1}$$

The diagram illustrates the simplification process for the fraction multiplication. It shows the initial product $\frac{8 \times 27}{15 \times 4}$ and its simplified form $\frac{2 \times 9}{5 \times 1}$. Colored arrows indicate the cancellation of common factors: a blue arrow labeled $\div 3$ points from the 27 in the numerator to the 9 in the numerator, and another blue arrow labeled $\div 3$ points from the 15 in the denominator to the 5 in the denominator. A brown arrow labeled $\div 4$ points from the 8 in the numerator to the 2 in the numerator, and another brown arrow labeled $\div 4$ points from the 4 in the denominator to the 1 in the denominator.



تقسیم کسرها:

۱- تقسیم عدد بر عدد:

برای تقسیم دو عدد بر همدیگر می توانیم از روش های زیر استفاده کنیم.

الف) استفاده از شکل:

در این روش اگر اگر عدد اول (صورت کسر) کوچکتر از عدد دوم (مخرج کسر) بود، شکل واحدی را در نظر گرفته و به اندازه مخرج به قسمتهای مساوی تقسیم نموده و به اندازه صورت کسر، از این قسمتها رنگ می کنیم.



تقسیم دو عدد زیر را با رسم شکل نشان دهید.

$$3 \div 5 = \frac{3}{5}$$



واحد



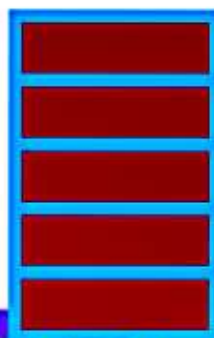
ولی اگر عدد اول (صورت کسر) بزرگتر از عدد دوم (مخرج کسر) بود، آن را به عدد مخلوط تبدیل می کنیم و به تعداد عدد صحیح واحد کامل رسم می کنیم و به اندازه عدد کسری (که کوچکتر از واحد است) نیز شکلی مانند روشی که در بالا گفتیم رسم می کنیم



مثال:

حاصل تقسیم دو عدد زیر را با رسم شکل به دست آورید.

$$۱۲ \div ۵ = ۲ \frac{۲}{۵}$$



(ب) با رسم محور :

در این نوع نمایش (روی محور) اگر عدد اولی (صورت کسر) از عدد دوم (مخرج کسر) کوچکتر بود، یعنی کسر کوچکتر از واحد بود، بین سفر تا یک را به اندازه مخرج کسر به اندازه های مساوی تقسیم کرده و بعد به اندازه صورت از این قسمتها انتخاب می کنیم.

ولی اگر کسر بزرگتر از واحد بود باید ابتدا آن را به عدد مخلوط تبدیل کرده و بعد روی محور نمایش دهیم. که در این صورت باید به اندازه عدد صحیح از روی محور انتخاب کرده و فاصله بین عدد صحیح و عدد بعدی را به اندازه مخرج کسر تقسیم بندی کرده و بعد به اندازه صورت از آن انتخاب کنیم.

توضیحات و مثالهای بیشتر در این خصوص در بخش اعداد مخلوط مطرح شده است.

(ج) محاسبه ریاضی :

برای تقسیم دو عدد بر یکدیگر می بایست عدد اول را در صورت کسر نوشته و عدد دوم را در مخرج بنویسیم.

اگر قابل ساده کردن بود، ساده می کنیم و اگر

بزرگتر از واحد بود به عدد مخلوط تبدیل می کنیم.

۲- تقسیم کسر بر عدد:

برای تقسیم کسر بر عدد به روش های زیر عمل می کنیم.

الف) استفاده از شکل:

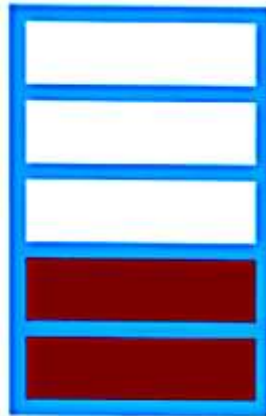
ابتدا شکل را به اندازه کسر اول رسم کرده و بعد دوباره همان شکل را به اندازه عدد مجدداً تقسیم بندی می کنیم. بخش رنگی مشخص شده در یکی از قسمتها، جواب تقسیم است.



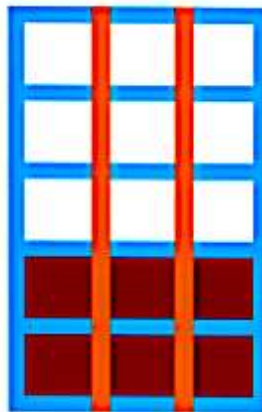
حاصل تقسیم کسر بر عدد زیر را با رسم شکل نشان دهید.

$$\frac{2}{5} \div 3$$

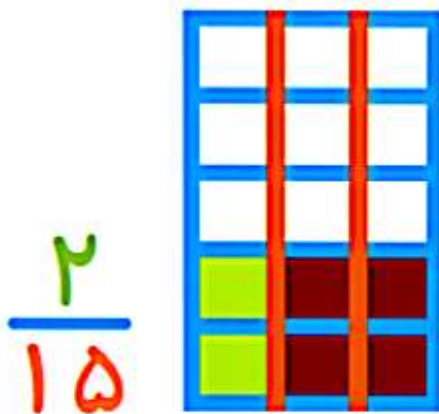
شکل $\frac{۲}{۵}$ را رسم می کنیم



شکل را دوباره ۳ قسمت می کنیم



تعداد رنگی یکی از ۳ قسمت جواب است



ب) با رسم محور :

در این روش ابتدا کسر را با فلش نمایش می دهیم. سپس قسمت مشخص شده با فلش را به تعداد عدد دوم به قسمت های مساوی تقسیم می کنیم. یکی از قسمتهای جدید، جواب تقسیم می باشد.

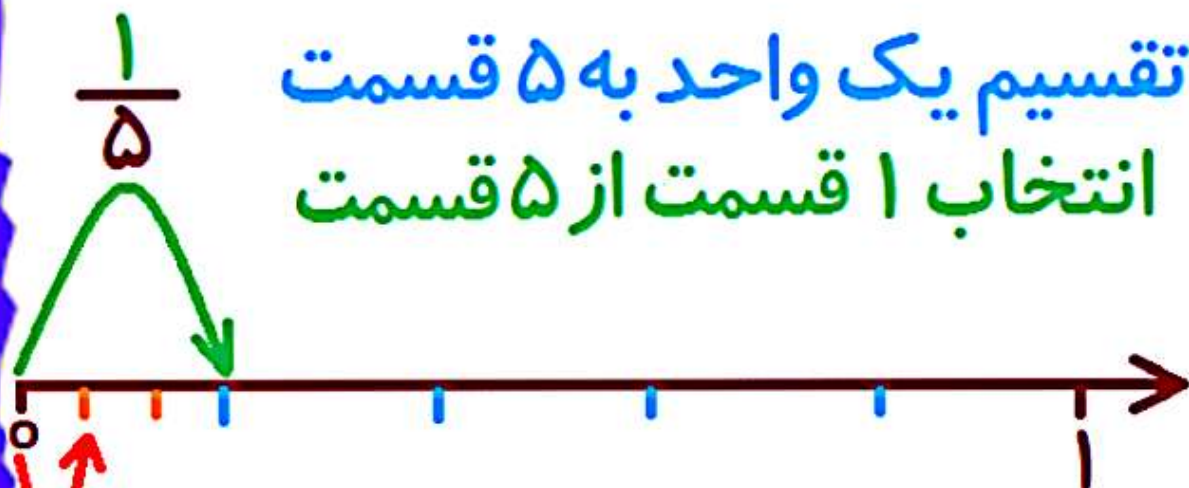


حاصل تقسیم کسر بر عدد زیر را با رسم محور به دست آورید.

$$\frac{1}{5} \div 3$$

جواب:

تقسیم یک واحد به ۵ قسمت
انتخاب ۱ قسمت از ۵ قسمت



تقسیم یک، از قسمتها به ۳ قسمت جدید

تقسیم یکی از قسمت‌ها به ۳ قسمت جدید
و انتخاب یکی از قسمت‌های جدید

کل شکل شامل ۱۵ تا از این قسمت‌های جدید است.
جواب به صورت زیر است

$$\frac{1}{5} \div 3 = \frac{1}{15}$$

ج) محاسبه ریاضی :

در این روش کسر اول را می نویسیم و بعد
علامت تقسیم را به ضرب تقسیم کرده و به عدد
دوم مخرج 1 می دهیم و جای صورت و مخرج را
عوض می کنیم (کسری می نویسیم که صورت آن
1 بوده و مخرجش، این عدد می باشد). حالا عمل
ضرب را انجام می دهیم.



حاصل تقسیم کسر بر عدد زیر را با محاسبه
ریاضی به دست آورید.

$$\frac{1}{5} \div 3$$

جواب:

$$\frac{1}{5} \div 3 = \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$$

۳- تقسیم عدد بر کسر:

برای تقسیم عدد بر کسر به یکی از روش های زیر عمل می کنیم.

الف) استفاده از شکل:

در این روش ابتدا به تعداد عدد داده شده، شکل واحد رسم می کنیم. بعد به اندازه مخرج کسر هر شکل را تقسیم بندی می کنیم. تعداد قسمتهای بدست آمده در شکل، جواب نهایی تقسیم می باشد.

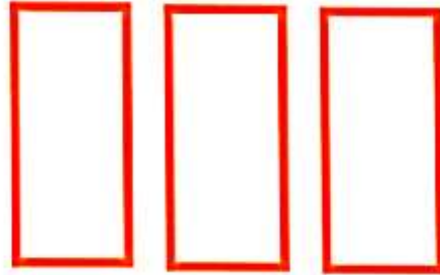


حاصل تقسیم عدد بر کسر زیر را با استفاده از
رسم شکل محاسبه کنید.

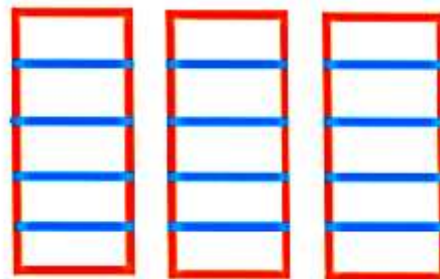
$$3 \div \frac{1}{5}$$

جواب:

عدد ما ۳ است، پس ۳ واحد رسم می‌کنیم



مخرج کسر ۵ است، پس هر واحد را به ۵ قسمت



تقسیم می‌کنیم

تعداد کل قسمت‌ها ۲۰ شده است. جواب = ۲۰

(ب) با رسم محور:

در این روش به تعداد عدد داده شده، باید روی محور واحد در نظر بگیریم و بعد این واحدها را به اندازه ی مخرج کسر تقسیم می کنیم. تعداد قسمت های کوچک به دست آمده جواب تقسیم می باشد.



حاصل تقسیم بر کسر زیر را با استفاده از رسم محور به دست آورید.

$$3 \div \frac{1}{5}$$

جواب:

عدد ما ۳ است. روی محور ۳ واحد در نظر می گیریم



مخرج کسر ۵ است. هر واحد به ۵ قسمت تقسیم می شود



تعداد کل قسمت های جدید ۱۵ تا می باشد = جواب

ج) محاسبه ریاضی :

در این روش عدد را می نویسیم. بعد علامت تقسیم را به ضرب تبدیل می کنیم. در انتها جای صورت و مخرج کسر را با هم عوض می کنیم و عمل ضرب را انجام می دهیم.



حاصل تقسیم عدد بر کسر زیر را با استفاده از محاسبه ریاضی به دست آورید.

$$3 \div \frac{1}{5}$$

جواب:

$$3 \div \frac{1}{5} = 3 \times \frac{5}{1} = \frac{15}{1} = 15$$



نکته: 

نکات مهم زیر را به خاطر بسپارید:

نیم یعنی: $\frac{1}{2}$

ثلث یعنی: $\frac{1}{3}$

ربع یعنی: $\frac{1}{4}$

خمس یعنی: $\frac{1}{5}$