



۱. حاصل عبارت  $1 + \frac{1}{2} \div \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}$  کدام است؟

- ۴ (۱)      ۲ (۲)      ۵ (۳)       $\frac{4}{3}$  (۴)

۲. حاصل  $\frac{5}{6} - \frac{3}{8} \div \frac{9}{4} \times \frac{-5}{6}$  کدام است؟

- $-\frac{11}{45}$  (۱)       $\frac{31}{30}$  (۲)       $-\frac{1}{6}$  (۳)       $\frac{35}{36}$  (۴)

۳. در هر یک از کسرهای زیر، صورت و مخرج نسبت به هم اولند. کدام یک از آنها نمایش اعشاری مختوم دارند؟

- $\frac{w}{160}$  (۱)       $\frac{y}{60}$  (۲)       $\frac{z}{15}$  (۳)       $\frac{x}{22}$  (۴)

۴. کدام عدد وسط  $\frac{2}{3}$  و  $\frac{4}{5}$  است؟

- $\frac{11}{15}$  (۱)       $\frac{7}{8}$  (۲)       $\frac{3}{4}$  (۳)       $\frac{6}{15}$  (۴)

۵. حاصل کسر  $\frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2}}}}$  را بدست آورید؟

- $\frac{5}{4}$  (۱)       $\frac{4}{5}$  (۲)      ۲ (۳)       $\frac{3}{2}$  (۴)

۶. کدام یک از گزینه‌های زیر از عدد  $2,827$  بزرگ‌تر است؟

- $2,827$  (۱)       $2,827$  (۲)       $2,8274$  (۳)       $2,8274$  (۴)

۷. کدام یک از اعداد زیر بین دو عدد  $\frac{3}{4}$  و  $\frac{4}{5}$  قرار دارد؟

- $\frac{23}{32}$  (۱)       $\frac{13}{18}$  (۲)       $\frac{23}{30}$  (۳)       $\frac{5}{6}$  (۴)

۸. حاصل عبارت  $1 - \frac{1 - \frac{4}{5}}{3}$  را بدست آورید؟

- $\frac{4}{11}$  (۱)       $\frac{11}{15}$  (۲)       $\frac{4}{15}$  (۳)       $\frac{1}{11}$  (۴)

۹. نماد علمی حاصل عبارت  $531 \times 10^{-1396} + 531 \times 10^{-1395}$  برابر است با:

- $5,31351 \times 10^{-1396}$  (۱)       $5,31351 \times 10^{-1393}$  (۲)       $5,31351 \times 10^{-1396}$  (۳)       $5,31351 \times 10^{-1395}$  (۴)

۱۰. به ازای چه مقداری برای  $y$ ، کسر مقابل، مختوم خواهد شد؟

- ۱ (۱)      صفر (۲)      ۱ (۳)      ۲ (۴)

۴۹

$$14^2 \times 20 \times 6^{y+1}$$

- ۲ (۴)



۱۱. کدام کسر از بقیه به  $\frac{1}{2}$  نزدیک تر است؟

$\frac{57}{92}$  (۴)

$\frac{29}{57}$  (۳)

$\frac{27}{59}$  (۲)

$\frac{25}{79}$  (۱)

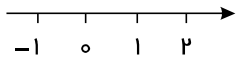
۱۲. عکسی مستطیل شکل به ابعاد  $9 \times 12$  را بزرگ کرده‌ایم، به طوری که عکسی متشابه با آن به وجود آمده است. اگر به طول عکس ۸ سانتی متر اضافه شده باشد، به عرض آن چند سانتی متر اضافه شده است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)



۱۳. روی محور زیر بین دو عدد ۱ و ۲ چند عدد گویا می‌توان یافت؟

بی شمار (۴)

هیچ عددی نمی‌توان یافت (۳)

یک عدد (۲)

دو عدد (۱)

۱۴. حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟

$$\frac{-3 - 4 - 7}{-\frac{3}{11} - \frac{4}{11} - \frac{7}{11}}$$

$-\frac{1}{11}$  (۴)

$\frac{1}{11}$  (۳)

$\frac{77}{4}$  (۲)

۱۱ (۱)

۱۵. حاصل عبارت  $\left(1 - \left(\frac{2}{8} - \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{2}\right)\right)\right)$  کدام است؟

$-\frac{10}{24}$  (۴)

$-\frac{20}{24}$  (۳)

$+\frac{10}{24}$  (۲)

$+\frac{68}{48}$  (۱)

۱۶. کدام گزینه عبارت «عددی که ..... باشد وجود ندارد» را به درستی کامل می‌کند؟

هم صحیح و هم طبیعی (۴)

هم حقیقی و هم گنگ (۳)

هم گنگ و هم طبیعی (۲)

هم صحیح و هم گویا (۱)

۱۷. عدد  $-\sqrt{21}$  بین کدام عدد صحیح قرار دارد؟

-۶ و -۵ (۴)

-۵ و -۴ (۳)

۶ و ۵ (۲)

۵ و ۴ (۱)

۱۸. کدام عبارت نادرست است؟

عددی وجود دارد هم گویا است و هم گنگ (۲)

عددی وجود دارد هم صحیح است و هم گویا (۱)

عددی وجود دارد هم حقیقی است و هم طبیعی (۴)

عددی وجود دارد هم حقیقی است و هم گنگ (۳)

۱۹. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$\sqrt{17} \in Q'$  (۴)

$\sqrt{100} \in Q'$  (۳)

$\frac{3}{7} \in Q'$  (۲)

$-\frac{1}{2} \in Q'$  (۱)

۲۰. کدام دو عدد گنگ بین ۵ و -۲ قرار دارد؟

$-\sqrt{16}, \sqrt{6}$  (۴)

$\sqrt{-4}, \sqrt{5}$  (۳)

$\sqrt{39}, \sqrt{26}$  (۲)

$-\sqrt{2}, \sqrt{5}$  (۱)

۲۱. کدام گزینه صحیح است؟

$\pi \notin R$  (۴)

$3,7 \in Q$  (۳)

$\sqrt{11} \in Q$  (۲)

$\sqrt{49} \notin R$  (۱)

۲۲. کدام گزینه صحیح است؟

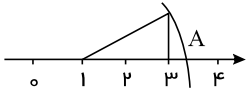
$W \subset N \subset Z \subset Q \subset R$  (۴)

$N \subset W \subset Z \subset Q \subset R$  (۳)

$N \subset Q' \subset Z \subset Q \subset R$  (۲)

$N \subset W \subset Z \subset Q \subset R$  (۱)

۲۳. نقطه  $A$  چه عددی را نشان می‌دهد؟



$1 - \sqrt{5}$  (۴)

$1 + \sqrt{5}$  (۳)

$-\sqrt{5}$  (۲)

$\sqrt{5}$  (۱)

۲۴. عدد  $0$  بین  $3 + \sqrt{10}$  و  $3$  کدام عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

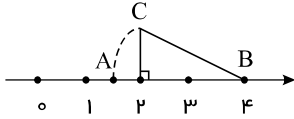
۴ و ۳ (۴)

۷ و ۶ (۳)

۵ و ۴ (۲)

۶ و ۵ (۱)

۲۵. در شکل مقابل نقطه‌ی  $A$  نظیر کدام عدد حقیقی است؟



$2\sqrt{5} - 4$  (۲)

$4 + \sqrt{5}$  (۱)

$4 - \sqrt{5}$  (۴)

$4 - 2\sqrt{5}$  (۳)

۲۶. کدام گزینه یک عدد گنگ است؟

$0,52\bar{7}$  (۴)

$\sqrt{25}$  (۳)

$\frac{-6}{5}$  (۲)

$\sqrt{0,09}$  (۱)

۲۷. نقطه‌ی  $B$  چه عددی را نشان می‌دهد؟



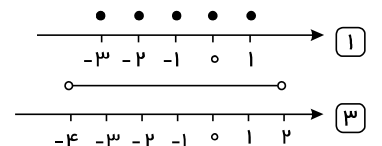
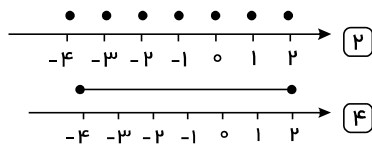
$6 + \sqrt{5}$  (۲)

$6 + \sqrt{2}$  (۱)

$8 + \sqrt{2}$  (۴)

۸,۵ (۳)

۲۸. نمودار مجموعه‌ی  $A$  کدام است؟  $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -4 \leq x \leq 2\}$



۲۹. سوال: چند عدد گویا بین دو عدد  $\sqrt{3}$  و  $\sqrt{2}$  وجود دارد؟

بی‌شمار (۴)

دو (۳)

یک (۲)

هیچ (۱)

۳۰. مجموعه‌ی اعداد حقیقی کوچکتر از  $\sqrt{13}$  چند عضو دارد؟

بی‌نهایت (۴)

۷ عضو (۳)

۴ عضو (۲)

۳ عضو (۱)

۳۱. کدام عبارت صحیح است؟

$R \subset Q \subset N$  (۴)

$N \subset Z \subset Q$  (۳)

$Z \subset Q \subset N$  (۲)

$Z \subset N$  (۱)

۳۲. اگر  $0 < \frac{a}{b} < 1$  باشد کدام گزینه همواره بزرگ‌تر از ۱ خواهد بود؟

$\frac{-b}{a}$  (۴)

$\frac{a+1}{b+1}$  (۳)

$\frac{b}{a}$  (۲)

$\frac{a-b}{b-a}$  (۱)

۳۳. حاصل عبارت  $0,2\bar{0} + 0,2\bar{0}$  برابر کدام گزینه است؟

$0,22$  (۴)

$0,24$  (۳)

$0,24$  (۲)

$0,24$  (۱)

۳۴. اگر نامساوی  $5,2\bar{0}b < 5,2\bar{0}b < 5,2\bar{0}b$  برقرار باشد. بیشترین مقداری که  $a+b$  می‌تواند داشته باشد، کدام است؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

۳۵. بزرگ‌ترین عضو مجموعه  $A = \{3 - (x-1)^2 \mid x \in \mathbb{R}\}$  کدام گزینه است؟

نمی‌توان تعیین کرد. (۴)

۱ (۳)

۰ (۲)

۳ (۱)

۳۶. کدام گزینه درست است؟

$W \subset N \subset Z \subset (Q) \subset R$  (۲)

$N \subset W \subset Z \subset (Q) \subset (Q)' \subset R$  (۱)

$N \subset W \subset Z \subset (Q) \subset R$  (۴)

$N \subset W \subset Z \subset R \subset (Q)$  (۳)

۳۷. کدام گزینه درست نیست؟

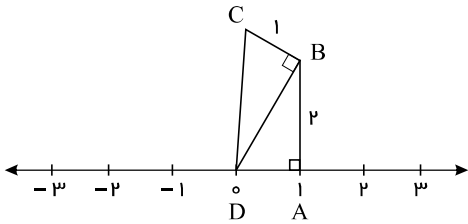
$\sqrt{16}$  گویاست. (۲)

عدد  $\pi$  گنگ نیست. (۱)

مجموعه اعداد اصم برابر است با مجموعه اعداد حقیقی منهای مجموعه اعداد گویا (۴)

$\sqrt{3}$  گنگ است. (۳)

۳۸. در شکل زیر، طول  $DC$  کدام است؟



$1 - \sqrt{6}$  (۲)

$\sqrt{6} - 1$  (۱)

$\sqrt{6}$  (۴)

$1 + \sqrt{6}$  (۳)

۳۹. کدام عدد گنگ زیر بین  $\sqrt{5}$  و  $\sqrt{11}$  قرار دارد؟

گزینه ۱ و ۳ صحیح است (۴)

$\sqrt{8,3}$  (۳)

$\sqrt{3}$  (۲)

$\sqrt{7}$  (۱)

۴۰. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$|5 \times (-2) - 3 \times (-2) \times (-1)| =$

۲ (۴)

۴ (۳)

۱۶ (۲)

-۱۶ (۱)

۴۱. اگر  $|x| = -3$  آنگاه  $x$  کدام است؟

وجود ندارد. (۴)

۰ (۳)

-۳ (۲)

۳ (۱)

۴۲. حاصل عبارت  $|3x - 1| + |x - 4| + 3 - x$  به ازای  $x = 1$  کدام است؟

۳ (۴)

-۷ (۳)

-۳ (۲)

۷ (۱)

۴۳. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$\left| \left| -\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \right| + \frac{4}{3} \right|$

$\frac{8}{3}$  (۴)

$\frac{7}{3}$  (۳)

$\frac{6}{3}$  (۲)

$\frac{5}{3}$  (۱)

۴۴. عبارت ریاضی مربوط به «فاصله عددی از -۲، ۳ واحد است»، کدام گزینه است؟

$|x + 2| = 3$  (۴)

$|x - 2| = 3$  (۳)

$|x| - |2| = 3$  (۲)

$|x| + |2| = 3$  (۱)

۴۵. می‌دانیم  $a < -1$  در این صورت حاصل عبارت زیر برابر با کدام گزینه است؟

$\sqrt{a^2} - \sqrt{a^2 + 2a + 1} = ?$

$2a + 1$  (۴)

-۱ (۳)

+۱ (۲)

$2a - 1$  (۱)

۴۶. کسر عدد  $2,0\overline{29}$  کدام است؟

$\frac{2029}{999}$  (۴)

$\frac{2009}{900}$  (۳)

$\frac{2009}{999}$  (۲)

$\frac{2009}{990}$  (۱)

۴۷. حاصل  $\frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} \div \frac{-1 - \frac{3}{4}}{-1 + \frac{3}{4}}$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{7}{4}$       ۲)  $\frac{1}{4}$       ۳) ۱      ۴) -۱

۴۸. حاصل عبارت زیر کدام است؟  $2 + \frac{3}{3 + \frac{4}{1 + \frac{5}{1+5}}}$

- ۱)  $\frac{23}{46}$       ۲)  $\frac{20}{19}$       ۳)  $\frac{49}{19}$       ۴)  $\frac{48}{19}$

۴۹. صورت کسره‌های ساده نشدنی زیر عدد طبیعی می‌باشد. چند تا از آنها نمایش اعشاری متناوب دارد؟

$\frac{a}{180}$  و  $\frac{e}{250}$  و  $\frac{f}{750}$  و  $\frac{m}{400}$  و  $\frac{d}{210}$

- ۱) ۲      ۲) ۵      ۳) ۴      ۴) ۳

۵۰. حاصل عبارت  $1 \frac{1}{10} + 2 \frac{2}{10} + 3 \frac{3}{10} + 4 \frac{4}{10} + 5 \frac{5}{10} + 6 \frac{6}{10} + 7 \frac{7}{10} + 8 \frac{8}{10} + 9 \frac{9}{10}$  برابر است با:

- ۱) ۵۰      ۲) ۴۵      ۳) ۴۹٫۵      ۴) ۵۰٫۵

۵۱. اگر اعشار تکراری در  $\frac{1}{7}$  برابر  $0.\overline{142857}$  و در  $\frac{1}{3}$  برابر  $0.\overline{3}$  باشد، ارقام اعشاری تکراری در مجموع  $\frac{1}{7} + \frac{1}{3}$  چه خواهد بود؟

- ۱)  $0.\overline{442854}$       ۲)  $0.\overline{142860}$       ۳)  $0.\overline{476190}$       ۴)  $0.\overline{47619}$

۵۲. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$3 - 3 \left[ \frac{3}{4} (1 - 3)^2 - 24 \div 2 + 6 \right]$

- ۱) صفر      ۲) -۶      ۳) ۴۸      ۴) ۱۲

۵۳. حاصل  $\frac{\frac{1}{12} - \frac{1}{18} - \frac{1}{24}}{\frac{5}{24} - \frac{7}{36} - \frac{-1}{48}}$  کدام گزینه است؟

- ۱)  $\frac{-4}{20}$       ۲)  $\frac{1}{5}$       ۳)  $-\frac{1}{5}$       ۴)  $-\frac{2}{5}$

۵۴. حاصل کسر زیر کدام است؟

$\frac{0.125 - 2 \div (-\frac{2}{3} + \frac{2}{9} \times 2)}{\frac{1}{6} + \frac{5}{24}}$

- ۱)  $\frac{45}{8}$       ۲)  $\frac{73}{3}$       ۳)  $-\frac{73}{3}$       ۴)  $-\frac{45}{8}$

۵۵. بین دو کسر  $\frac{1}{10}$  و  $\frac{4}{15}$  چند کسر وجود دارد که صورت آن عدد مرکب و مخرجش برابر ۶۰ باشد؟

- ۱) بی‌شمار      ۲) ۶      ۳) ۵      ۴) ۴

۵۶. حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟

$$\frac{2 - \frac{3}{5}}{1\frac{2}{3} - 3} \div \frac{2\frac{1}{3} - 3}{2 \div 3\frac{1}{2}} =$$

۱)  $\frac{9}{10}$

۲)  $\frac{7}{10}$

۳)  $\frac{5}{10}$

۴)  $\frac{3}{10}$

۵۷. کدام یک از اعداد زیر بین  $0.142$  و  $0.143$  قرار دارد؟

۱)  $0.142$

۲)  $0.142$

۳)  $0.1425$

۴)  $0.1436$

۵۸. اگر عدد گویای  $\frac{24}{17}$  از عدد گویای  $\frac{x}{12}$  کوچکتر باشد  $x$  حداقل چه عددی می‌تواند باشد؟

۱) ۱۷

۲) ۱۶

۳) ۱۵

۴) ۱۸

۵۹. حاصل عبارت  $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \times \left(1 - \frac{1}{100}\right)$  کدام یک صحیح است؟

۱)  $\frac{99}{100}$

۲)  $\frac{88}{99}$

۳)  $\frac{1}{99}$

۴)  $\frac{1}{100}$

۶۰. حاصل تقسیم  $1$  بر  $0.11111$  کدام است؟

۱)  $0.90009$

۲)  $1$

۳)  $1,00001$

۴)  $1,000001$

۶۱. حاصل  $\frac{\left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{5}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{50}\right)}{\frac{1}{50}}$  کدام است؟

۱) ۵۰

۲) ۲۵

۳) ۵

۴) ۲

۶۲. صورت و مخرج کسری عددهای صحیح منفی هستند. صورت یک واحد از مخرج بیشتر است، کدام حکم درست است؟

 ۱) کسر از ۱ کوچکتر است  ۲) کسر بین ۱- و صفر است  ۳) کسر عدد مثبتی کوچکتر از ۱ است  ۴) کسر از ۱ بزرگتر است
۶۳. در نمایش اعشاری کسر  $\frac{3}{11}$  مجموع اولین و دهمین رقم اعشاری کدام است؟

۱) ۹

۲) ۱۴

۳) ۴

۴) ۱۱

۶۴. حاصل عبارت  $\frac{2\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \div \frac{3}{8}}{\frac{1}{3} \div 3 \times 5 - \frac{5}{6}}$ ، برابر است با:

۱) -۶

۲)  $\frac{13}{24}$

۳) -۲۰

۴)  $\frac{-15}{48}$

۶۵. کسر متعارفی برابر با عدد اعشاری  $0.125$  کدام است؟

۱)  $\frac{1}{125}$

۲)  $\frac{1}{8}$

۳)  $\frac{1}{80}$

۴)  $\frac{11}{4}$

۶۶. کسر  $\frac{6,8888\dots}{2,4444\dots}$  برابر کدام است؟

۱)  $3,222$

۲) ۳

۳)  $\frac{17}{6}$

۴)  $\frac{31}{11}$

۶۷. می دانیم که مجموع دو عدد گویا، یک عدد گویای دیگر است، اگر این مجموع را نصف کنیم باز هم گویاست. باتوجه به این مطلب کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) بین دو عدد گویا، فقط یک عدد گویا وجود دارد. (۲) بین دو عدد گویا، بی‌شمار عدد گویا وجود دارد.  
(۳) بین دو عدد گویا فقط دو عدد گویا وجود دارد. (۴) بین دو عدد گویا فقط ۴ عدد گویا وجود دارد.

۶۸. روی محور اعداد نقطه  $A$  به فاصله یکسان از دو کسر  $\frac{3}{6}$  و  $\frac{4}{8}$  قرار دارد. اندازه نقطه  $A$  را بدست آورید.

- (۱)  $\frac{1}{8}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{3}{8}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۶۹. کدام یک بین دو کسر  $\frac{7}{21}$  و  $\frac{3}{21}$  واقع است؟

- (۱)  $\frac{5}{43}$  (۲)  $\frac{10}{43}$  (۳)  $\frac{3}{43}$  (۴)  $\frac{4}{43}$

۷۰. حاصل عبارت  $16 - 6 \div 4 \times 12 - 3 \times 2 \div 18$  کدام است؟ (روبوکاپ - هفتمین دوره ۱۳۹۱)

- (۱)  $-12$  (۲)  $-15$  (۳)  $20$  (۴)  $-21$

۷۱. مجموع دو عدد گویا  $\frac{12}{35}$  است. اگر یکی از این دو عدد  $\frac{1}{7}$  باشد، عدد دیگر کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{7}$  (۲)  $\frac{3}{5}$  (۳)  $\frac{4}{5}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۷۲. حاصل عبارت  $\frac{\frac{4}{5} + \frac{5}{4}}{\frac{3}{7} - \frac{7}{3}} + \frac{\frac{5}{4} + \frac{4}{5}}{-\frac{3}{7} + \frac{7}{3}}$  برابر است با: (روبوکاپ - نهمین دوره ۱۳۹۳)

- (۱)  $\frac{189}{40}$  (۲)  $0$  (۳)  $\frac{189}{80}$  (۴)  $1$

۷۳. حاصل عبارت  $\frac{\frac{1}{5} + \frac{2}{5}}{\frac{4}{7} - \frac{1}{7}} + \frac{\frac{14}{10} - 0.5}{\frac{15}{7} - \frac{9}{14}}$  برابر است با: (روبوکاپ - دهمین دوره ۱۳۹۴)

- (۱)  $2$  (۲)  $1$  (۳)  $0.8$  (۴)  $0.6$

۷۴. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$-\frac{11}{5} + \frac{2 - \frac{3}{4}}{2 + \frac{-3}{4}}$$

- (۱)  $\frac{5}{12}$  (۲)  $\frac{11}{5}$  (۳)  $-\frac{6}{5}$  (۴)  $1$

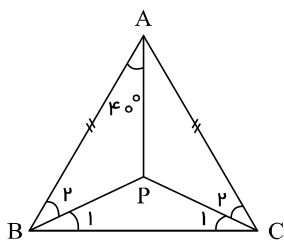
۷۵. باتوجه به تساوی زیر حاصل  $-4A + 1$  کدام است؟

$$A = \frac{\frac{5}{12} + \frac{1}{20}}{\frac{1}{3}(3 - (-0.2))}$$

- (۱)  $0.75$  (۲)  $2.5$  (۳)  $-0.75$  (۴)  $-2.5$

۷۶. کدام یک از اعداد زیر بین دو عدد اعشاری  $0.4$  و  $0.6$  قرار ندارد؟

- (۱)  $\frac{5}{6}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{5}{15}$  (۴)  $\frac{5}{12}$



۷۷. در شکل زیر اندازه  $\hat{B}_1 + \hat{C}_1$  چند درجه است؟ ( $AP$  نیمساز زاویه  $A$  است).

- ۱) ۶۰
- ۲) ۷۰
- ۳) ۸۰
- ۴) ۵۰

۷۸. کدام عدد بین دو عدد اعشاری ۰٫۸ و ۰٫۹ قرار دارد؟

- ۱)  $\frac{42}{60}$
- ۲)  $\frac{36}{60}$
- ۳)  $\frac{13}{20}$
- ۴)  $\frac{17}{20}$

۷۹. اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد از بین اعداد  $\frac{6}{9}, \frac{5}{2}, \frac{-1}{18}, \frac{-2}{3}$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{56}{18}$
- ۲)  $3\frac{1}{18}$
- ۳)  $\frac{58}{18}$
- ۴)  $3\frac{3}{18}$

۸۰. اگر  $a$  و  $b$  دو عدد گویای مثبت باشند حاصل کدام گزینه همواره عددی بین ۳ و ۵ است؟

- ۱)  $\frac{a-b}{3a+5b}$
- ۲)  $\frac{3a+5b}{a+b}$
- ۳)  $\frac{3a+5b}{a-b}$
- ۴)  $\frac{3a-5b}{a+b}$

۸۱. در کسر کوچک‌تر از واحد  $\frac{\sqrt{n}}{72}$  کوچک‌ترین عدد طبیعی که می‌توان به جای  $n$  قرار داد تا بسط اعشاری این کسر متناوب ساده شود، چند است؟

- ۱) ۸
- ۲) ۷
- ۳) ۶
- ۴) ۴

۸۲. محیط مستطیلی ۳۸ است. اگر اندازه‌های اضلاع مستطیل اعدادی طبیعی باشد، مساحت مستطیل حداکثر چند است؟

- ۱) ۳۶۱
- ۲) ۱۳۲
- ۳) ۹۰
- ۴) ۸۵

۸۳. عدد  $\sqrt{43}$  به کدام مجموعه زیر تعلق دارد؟

- ۱)  $\{x \in \mathbb{R} \mid 7 < x < 8\}$
- ۲)  $\{x \in \mathbb{R} \mid 6 < x < 7\}$
- ۳)  $\{x \in \mathbb{Q} \mid 7 < x < 8\}$
- ۴)  $\{x \in \mathbb{Q} \mid 6 < x < 7\}$

۸۴. چند تا از جملات زیر صحیح هستند؟

- $a$ . ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.
- $b$ . مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.
- $c$ . ضرب هر عدد گویا در هر عدد گنگ، گنگ است.

- ۱) هیچکدام
- ۲) یکی
- ۳) دو تا
- ۴) سه تا

۸۵. تعداد عضوهای کدام گزینه از بقیه کمتر است؟

- ۱)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -1,5 \leq x \leq 5\}$
- ۲)  $\{x \in \mathbb{Q} \mid -1,5 \leq x \leq 5\}$
- ۳)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid -1,5 \leq x \leq 5\}$
- ۴)  $\{x \in \mathbb{N} \mid -1,5 \leq x \leq 5\}$

۸۶. عدد  $7 - 2\sqrt{3}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- ۱) ۱۰ و ۱۱
- ۲) ۸ و ۹
- ۳) ۹ و ۱۰
- ۴) ۴ و ۵

۸۷. پاسخ کدام گزینه برابر با  $\mathbb{R}$  می‌شود؟

- ۱)  $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}$
- ۲)  $\mathbb{Z} \cup \mathbb{R}$
- ۳)  $\mathbb{Z} \cup \mathbb{N}$
- ۴)  $\mathbb{N} \cup \mathbb{Q}$

۸۸. عدد  $1 + 2\sqrt{8}$  بین کدام عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- ۱) ۷ و ۶
- ۲) ۶ و ۵
- ۳) ۸ و ۷
- ۴) ۵ و ۴



۸۹. کدام یک از اعداد زیر گنگ هستند؟

$\frac{2}{\sqrt{4}}$  (۴)

$\frac{\sqrt{5}}{5}$  (۳)

$\frac{5\pi - \pi}{\pi}$  (۲)

$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$  (۱)

۹۰. کدام یک از اعداد زیر گنگ هستند؟

$\sqrt{9}$  (۴)

-۶ (۳)

$\sqrt{16} - \sqrt{100}$  (۲)

$\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{2}}{5}$  (۱)

۹۱. کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

$(1 - \sqrt{2}) \in Q'$  (۴)

$\sqrt{7} \notin R$  (۳)

$\pi \notin Q$  (۲)

$\sqrt{5} \in R$  (۱)

۹۲. مجموعه  $A = \{x | x \in Q', 2 \leq x \leq 7\}$  دارای چند عضو است؟

بی‌شمار (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

۷ (۱)

۹۳. کدام گزینه زیر نادرست است؟

$N \subseteq Z$  (۴)

$Q \subseteq R$  (۳)

$Z \subseteq Q'$  (۲)

$Q \cap Q' = \emptyset$  (۱)

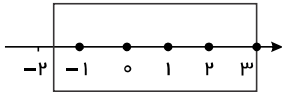
۹۴. کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

$\sqrt{18} \in Q'$  (۴)

$\sqrt{81} \in Q'$  (۳)

$\pi \in Q'$  (۲)

$0 \in Q$  (۱)



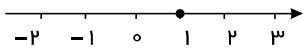
$\{x \in Z | -2 < x < 3\}$  (۲)

$\{x \in N | -2 < x \leq 3\}$  (۱)

$\{x \in Z | -2 < x \leq 3\}$  (۴)

$\{x \in Z | -2 \leq x \leq 3\}$  (۳)

۹۶. زبان نمادین اعداد مشخص شده روی محور کدام است؟

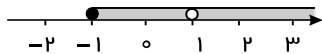


$\{x \in N | x \geq -2\}$  (۲)

$\{x \in Z | -2 \leq x < 1\}$  (۱)

$\{x \in Z | x \geq -2\}$  (۴)

$\{x \in N | x < 2\}$  (۳)



۹۷. کدام یک از زبان نمادین زیر نمایش درست اعداد زیر روی محور است؟

$\{x \in R | x \geq -1, x \neq 1\}$  (۴)

$\{x \in R | x > 1\}$  (۳)

$\{x \in Z | x \geq -1, x < 1\}$  (۲)

$\{x \in R | x \geq -1\}$  (۱)

۹۸. کدام عدد زیر اصم (گنگ) است؟

$(\sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{5})$  (۴)

مربع عدد پی (۳)

۳,۱۴ (۲)

$\sqrt{121}$  (۱)

۹۹. کدام یک از جملات زیر درست است؟

$\pi \notin Q$  (۲)

عدد  $\sqrt{7} - 5$  بین دو عدد صحیح ۲ و ۳ قرار دارد. (۱)

$R \subset Z$  (۴)

یک عدد حقیقی نیست.  $\sqrt{23}$  (۳)

۱۰۰. کدام یک از اعداد زیر گنگ است؟

$-\sqrt{2^2} + 1$  (۴)

$\sqrt{3} + 1$  (۳)

$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$  (۲)

$\sqrt{1,69}$  (۱)

۱۰۱. اگر  $A = \{x | -1 \leq x < 2\}$  و  $B = \{x | -2 < x \leq 3\}$  باشد، آن‌گاه مجموعه‌ی عضوهای مشترک دو مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  کدام گزینه است؟

$\{x | -1 < x \leq 2\}$  (۴)

$\{x | -1 \leq x \leq 2\}$  (۳)

$\{x | -1 < x < 2\}$  (۲)

$\{x | -1 \leq x < 2\}$  (۱)

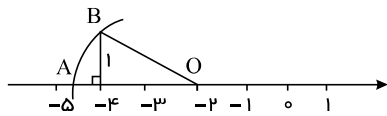
۱۰۲. باتوجه به مجموعه  $A = \{x | x \in R, x \geq -1\}$  کدام عبارت درست است؟

$A = \{-1, 0, 1, 2, \dots\}$  (۴)

$A \subseteq W$  (۳)

$(2 - \sqrt{3}) \in A$  (۲)

$A \subseteq Q$  (۱)



۱۰۳. در شکل ذیل به مرکز  $O$  کمان  $AB$  رازدهایم، نقطه‌ی  $A$  نمایش چه عددی است؟

$-3 + \sqrt{2}$  (۴)

$-3 - \sqrt{2}$  (۳)

$-2 + \sqrt{5}$  (۲)

$-2 - \sqrt{5}$  (۱)

۱۰۴. کدام یک از اعداد زیر گنگ است؟

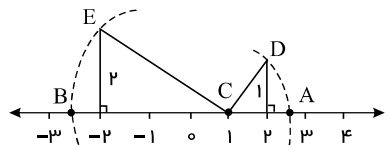
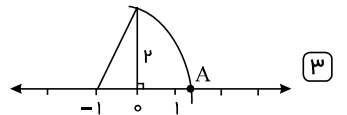
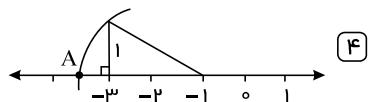
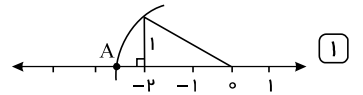
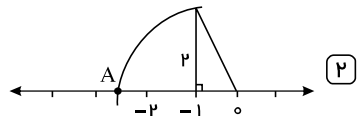
$-\sqrt{2^2} + 1$  (۴)

$\sqrt{3} + 1$  (۳)

$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$  (۲)

$\sqrt{1.69}$  (۱)

۱۰۵. در کدام یک از شکل‌های زیر، نقطه‌ی  $A$  عدد  $1 - \sqrt{5}$  را نمایش می‌دهد؟



۱۰۶. در شکل زیر طول پاره‌خط  $AB$  کدام است؟

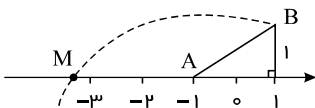
$-\sqrt{13} - \sqrt{2}$  (۴)

$\sqrt{13} + \sqrt{2}$  (۳)

$\sqrt{13} - \sqrt{2}$  (۲)

$-\sqrt{13} + \sqrt{2}$  (۱)

۱۰۷. به مرکز  $A$  و شعاع  $AB$  کمانی زده‌ایم تا محور را در نقطه  $M$  قطع کند. نقطه  $M$  چه عددی را نمایش می‌دهد؟



$-1 - \sqrt{5}$  (۲)

$\sqrt{5} - 1$  (۱)

$-3 - \sqrt{5}$  (۴)

$-3 + \sqrt{5}$  (۳)

(آذربایجان شرقی - خرداد ۹۵)

۱۰۸. عدد  $10 - 4 + \sqrt{10}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

۲ و ۳ (۴)

۱ و ۲ (۳)

۰ و ۱ (۲)

-۱ و ۰ (۱)

(اردبیل - خرداد ۹۵)

۱۰۹. عدد  $1 + \sqrt{48}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

۱۰ و ۹ (۴)

۹ و ۸ (۳)

۸ و ۷ (۲)

۷ و ۶ (۱)

۱۱۰. کدام گزینه نادرست است؟ (البرز - خرداد ۹۵)

$Q \cap Q' = \emptyset$  (۴)

$Q - Z = N$  (۳)

$Z \cap N = N$  (۲)

$Q \cup Q' = R$  (۱)

۱۱۱. کدام یک نادرست است؟ (آذربایجان شرقی - خرداد ۹۵)

$Q' \cap Z = Q'$  (۴)

$R - Q = Q'$  (۳)

$Z \cup N = Z$  (۲)

$Q \cap Q' = \emptyset$  (۱)

۱۱۲. کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟ (آذربایجان غربی - خرداد ۹۵)

$Q \cup Q' = \emptyset$  (۱)     
  $\frac{0}{6} \notin R$  (۲)     
  $R - Q' = Q$  (۳)     
  $Q' \cap Z = Q'$  (۴)

۱۱۳. حاصل  $(R - Q') \cap Z$  کدام است: (اهواز - خرداد ۹۵)

$Z$  (۱)     
  $Q$  (۲)     
  $Q'$  (۳)     
  $R$  (۴)

۱۱۴. کدام یک نادرست است؟ (آذربایجان شرقی - خرداد ۹۵)

$Q \cap Q' = \emptyset$  (۱)     
  $Z \cup N = Z$  (۲)     
  $R - Q = Q'$  (۳)     
  $Q' \cap Z = Q'$  (۴)

۱۱۵. کدام یک از احکام زیر نادرست است؟ (مهریز - دی ۹۴)

$Z \cup N = Z$  (۱)     
  $W - \{0\} = N$  (۲)     
  $Q \subseteq R$  (۳)     
  $Q \cap Q' = R$  (۴)

۱۱۶. کدام گزینه با گزینههای دیگر برابر نیست؟ (ثلاث باباجانی - دی ۹۴)

$W - Z$  (۱)     
  $N - Q$  (۲)     
  $W - N$  (۳)     
  $Z - Q$  (۴)

۱۱۷. نماد مناسب برای جای خالی کدام است؟ (تهران - امام حسن عسگری - دی ۹۴)

$Q \square R$   
 $\subseteq$  (۱)     
  $\in$  (۲)     
  $\notin$  (۳)     
  $\not\subseteq$  (۴)

۱۱۸. کدام عدد گنگ نیست؟ (اصفهان - مظهری - دی ۹۴)

$\sqrt{32}$  (۱)     
  $\pi$  (۲)     
  $1,25410125000\ldots$  (۳)     
  $4,545454\ldots$  (۴)

۱۱۹. در کدام گزینه، رابطه‌ی بین مجموعه‌ها نادرست است؟

$Z - W \subseteq Z - N$  (۱)     
  $W - N \subseteq Z$  (۲)     
  $Q - Q' \subseteq \emptyset$  (۳)     
  $Z - Q \subseteq \emptyset$  (۴)

۱۲۰. کدام یک از اعداد زیر گویا نیست؟

$\sqrt{\sqrt{81}}$  (۱)     
  $\frac{\sqrt{64} - \sqrt{25}}{\sqrt{144}}$  (۲)     
  $\frac{\sqrt{8}}{3}$  (۳)     
  $2\sqrt{9} - 1$  (۴)

۱۲۱. کدام عدد زیر گنگ است؟

$\sqrt{169}$  (۱)     
  $\sqrt{36+9}$  (۲)     
  $\sqrt{\sqrt{81}}$  (۳)     
  $\sqrt{121}$  (۴)

۱۲۲. به ازای کدام یک از مقادیر زیر، عبارت  $\sqrt{2a+1}$  عدد گنگ است؟

$a = 4$  (۱)     
  $a = 2$  (۲)     
  $a = 0$  (۳)     
  $a = 12$  (۴)

۱۲۳. کدام جمله درست نیست؟

- (۱) حاصل جمع دو عدد گویا همواره عددی گویاست.  
 (۲) حاصل ضرب هر عدد گویا در هر عدد گنگ همواره عددی گنگ است.  
 (۳) حاصل جمع دو عدد گنگ می‌تواند عددی گویا باشد.  
 (۴) جذر یک عدد گویا می‌تواند عددی گویا باشد.

۱۲۴. کدام یک از گزینه‌های زیر را به جای نقطه‌چین قرار دهیم که جمله زیر صحیح باشد؟ هر نقطه از محور اعداد متناظر یک عدد از مجموعه‌ی ..... است.

$N$  (۱)     
  $Q$  (۲)     
  $Z$  (۳)     
  $R$  (۴)

۱۲۵. چند تا از جملات زیر همواره صحیح می باشد؟

- (۱) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. (۲) هر عدد حقیقی، عددی گویا است.  
 (۳) حاصل ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. (۴) بین دو کسر  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{2}$  بی شمار عدد گنگ وجود دارد.
- ۱ (۴)                      ۲ (۳)                      ۳ (۲)                      ۴ (۱)

۱۲۶. به ازای چند مقدار طبیعی  $n$  حاصل  $\frac{\sqrt{5-n}}{n^2-3n+2}$  عدد حقیقی است؟

- ۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ (۴)

۱۲۷. اگر  $a = \frac{24}{19} + \frac{25}{21} + \frac{29}{23}$  باشد، آنگاه حاصل عبارت  $?\ = \frac{5}{19} + \frac{4}{21} + \frac{6}{23}$  به صورت جبری کدام گزینه است؟

- ۱ (۱)  $a + 1$                       ۲ (۲)  $a - 2$                       ۳ (۳)  $a - 3$                       ۴ (۴)  $a - 4$

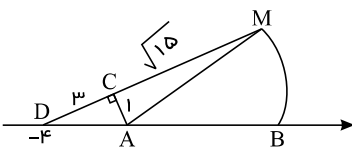
۱۲۸. عدد  $3 + \sqrt{8}$  به کدام یک از مجموعه های زیر تعلق دارد؟

- ۱ (۱)  $A = \{x | x \in \mathbb{Q}, 3 \leq x < 3\sqrt{8}\}$                       ۲ (۲)  $A = \{x | x \in \mathbb{R}, 3 \leq x < 3\sqrt{8}\}$   
 ۳ (۳)  $A = \{x | x \in \mathbb{Q}', 3 \leq x < \sqrt{8}\}$                       ۴ (۴)  $A = \{x | x \in \mathbb{R}, \sqrt{8} \leq x \leq 3\}$

۱۲۹. کدام یک از اعداد زیر بین  $0,753$  و  $0,754$  قرار ندارد؟

- ۱ (۱)  $0,753$                       ۲ (۲)  $0,754$                       ۳ (۳)  $0,753$                       ۴ (۴)  $0,754$

۱۳۰. در شکل زیر به مرکز  $A$  و شعاع  $AM$  کمانی زده ایم تا محور را در نقطه  $B$  قطع کند. نقطه  $B$  چه عددی را نشان می دهد؟



$CM = \sqrt{15}$  و  $CD = 3$

- ۱ (۱)  $+\sqrt{10}$                       ۲ (۲)  $+\sqrt{10}$   
 ۳ (۳)  $+\sqrt{10}$                       ۴ (۴)  $+\sqrt{15}$

۱۳۱. اگر  $a$  عددی گنگ و  $b$  عددی گویا باشد، کدام عبارت زیر حتماً درست است؟

- ۱ (۱)  $a + b \in \mathbb{Q}'$                       ۲ (۲)  $\frac{b}{a} \in \mathbb{Q}'$                       ۳ (۳)  $ab^2 \in \mathbb{Q}'$                       ۴ (۴)  $ba^2 \in \mathbb{Q}'$

۱۳۲. اگر  $a$  و  $b$  دو عدد گویا باشند و  $\frac{a - \sqrt{2}}{\sqrt{2} + b} = \frac{\sqrt{2}}{3}$  حاصل  $ab$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $-2$                       ۲ (۲)  $2$                       ۳ (۳)  $-3$                       ۴ (۴)  $3$

۱۳۳. مجموعه  $A = \{x | x \in \mathbb{R}, \sqrt{x^2} + x = 0\}$  با کدام یک از مجموعه های زیر هم ارز است؟

- ۱ (۱)  $\{x | x \in \mathbb{R}, x^2 = x\}$                       ۲ (۲)  $\{x | x \in \mathbb{R}, x^2 = x\}$                       ۳ (۳)  $\{x | x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0\}$                       ۴ (۴)  $\{x | x \in \mathbb{R}, x \leq 0\}$

۱۳۴. در صورتی که  $4a + 3b + 2c + d = 4$  و  $4a = 3b = 2c = d$  باشد حاصل  $a + b + c + d$  برابر است با:

- ۱ (۱)  $3$                       ۲ (۲)  $\frac{5}{2}$                       ۳ (۳)  $2$                       ۴ (۴)  $\frac{25}{12}$

۱۳۵. کدام یک از اعداد زیر، عددی گویا بین  $\sqrt{2}$  و  $\sqrt{3}$  می باشد؟

- ۱ (۱)  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$                       ۲ (۲)  $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{2}$                       ۳ (۳)  $1,5$                       ۴ (۴)  $1,8$

۱۳۶. با توجه به مجموعه  $A = \{x | x \in \mathbb{N}, -10 \leq x < 10\}$  چند تا از عبارات زیر درست است؟

(۱)  $A \subseteq \mathbb{Q}$

(۲)  $A \subseteq \mathbb{N}$

(۳)  $\sqrt{3} \notin A$

(۴)  $A = \{-10, -9, \dots, 9\}$

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

۱۳۷. کدام گزینه درست نیست؟

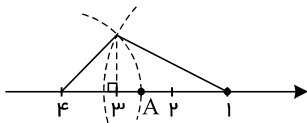
(۴)  $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{N}$

(۳)  $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$

(۲)  $\mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z}$

(۱)  $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W}$

۱۳۸. در شکل مقابل نقطه  $A$  چه عددی را نشان می دهد؟



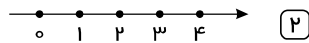
(۲)  $4 - \sqrt{2}$

(۱)  $4 + \sqrt{2}$

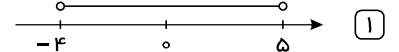
(۴)  $1 - \sqrt{5}$

(۳)  $1 + \sqrt{5}$

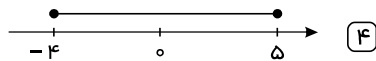
۱۳۹. نمودار مجموعه  $A = \{x | x \in \mathbb{N}, -4 < x < 5\}$  کدام است؟



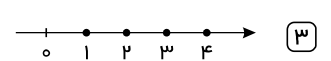
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۱۴۰. تعداد عضوهای کدام یک از مجموعه های زیر از بقیه کم تر است؟

(۲)  $B = \{x | x \in \mathbb{R}, 1 < x < 3\}$

(۱)  $A = \{x | x \in \mathbb{N}, -10 \leq x \leq 10\}$

(۴)  $D = \{x | x \in \mathbb{W}, -10 \leq x \leq 10\}$

(۳)  $C = \{x | x \in \mathbb{Q}, 1 < x < 2\}$

۱۴۱. اگر  $a$  و  $b$  دو عدد گنگ متمایز و  $c$  یک عدد گویا مخالف صفر باشد، چه تعداد از عبارات زیر درست است؟

(الف)  $a + c$  الزاماً گنگ است.

(ب)  $\frac{b}{c}$  الزاماً گنگ است.

(پ)  $\frac{a+b}{ab}$  می تواند گویا باشد.

(ت)  $ac + bc$  همواره گنگ است.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۴۲. اگر  $A = \frac{7 \times \bigcirc}{130}$  و  $B = \frac{3 \times \square}{70}$  دو عدد اعشاری مختوم باشند، کوچکترین مقداری که برای  $A + B$  می توان یافت، چه قدر است؟

(۴)  $\frac{13}{7}$

(۳) ۱

(۲)  $\frac{7}{10}$

(۱)  $\frac{6}{20}$

۱۴۳. اگر  $a > 0$  و  $b < 0$  باشد، کدام گزینه درست است؟

(۲)  $|a| - |b| = a - b$

(۱)  $|a^3||b^2| = -a^3b^2$

(۴)  $|a^3||b^2| - |a^2||b^3| = a^3b^2 + a^2b^3$

(۳)  $\frac{|a|}{2|b|} = \frac{a}{2b}$

۱۴۴. اگر  $a$  و  $b$  اعداد گنگ و  $c$  عددی گویا باشد، چه تعداد از گزینه‌های زیر درست است؟  
الف)  $a \times c$  گویاست. ب)  $a + b$  گنگ است. پ)  $\sqrt{c}$  گنگ است.

ج)  $\frac{1}{a^2}$  گویاست. ه)  $a + c$  گنگ است. ی)  $(a - b)(a + b)$  گویاست.

- ۱) ۲      ۲) ۳      ۳) ۴      ۴) ۵

۱۴۵. عدد  $1 + \sqrt{8}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- ۱) ۲ و ۱      ۲) ۳ و ۲      ۳) ۴ و ۳      ۴) ۵ و ۴

۱۴۶. عدد حقیقی  $-1 - \sqrt{2}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- ۱) -۲ و -۱      ۲) -۳ و -۴      ۳) -۱ و ۰      ۴) -۳ و -۲

۱۴۷. عدد  $-2 + \frac{7}{\sqrt{7}}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- ۱) -۲ و -۱      ۲) ۲ و ۱      ۳) ۱ و ۰      ۴) -۱ و ۰

۱۴۸. اگر  $a > 0$  و  $b < 0$ ، حاصل  $|a - b|$  کدام است؟

- ۱)  $-a - b$       ۲)  $a + b$       ۳)  $b - a$       ۴)  $a - b$

۱۴۹. حاصل عبارت  $\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} + \sqrt{3}$  یک عدد ..... است.

- ۱) اصم      ۲) مرکب      ۳) اول      ۴) منفی

۱۵۰. اگر  $\sqrt{a^2} = -a$  باشد، کدام گزینه درست است؟

- ۱)  $a < 1$       ۲)  $a \leq 0$       ۳)  $a \geq 0$       ۴)  $a > -1$

۱۵۱. اگر  $x < 0 < y$  و  $|y| > |x|$  آنگاه حاصل  $|x + y| + |x| + |y|$  برابر است با:

- ۱)  $-2y$       ۲)  $-2x$       ۳)  $2x$       ۴)  $2y$

۱۵۲. حاصل عبارت  $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{2})^2}$  کدام است؟

- ۱) ۱      ۲)  $3 - 2\sqrt{2}$       ۳)  $3 + 2\sqrt{2}$       ۴)  $1 - \sqrt{2}$

۱۵۳. اگر  $a < 0$  حاصل عبارت  $\sqrt{(-a + 1)^2} - \sqrt{(a - 1)^2}$  برابر است با:

- ۱)  $-2a$       ۲)  $-2a + 2$       ۳) ۰      ۴)  $-2$

۱۵۴. اگر  $2 < x < 3$  حاصل عبارت  $\sqrt{(x - 3)^2} + |5 - x| - |2x - 1|$  کدام است؟

- ۱)  $4x - 2$       ۲)  $9 - 4x$       ۳)  $2x - 1$       ۴)  $-2x - 1$

۱۵۵. حاصل عبارت  $|2 - \sqrt{3}| - \sqrt{3}|1 - \sqrt{3}|$  برابر است با:

- ۱)  $-2$       ۲)  $-1$       ۳) ۱      ۴)  $5 - 2\sqrt{3}$

۱۵۶. حاصل عبارت  $|4 - \sqrt{20}| - 2\sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2}$  برابر کدام گزینه است؟

- ۱)  $-2$       ۲) ۲      ۳)  $2\sqrt{5} - 2$       ۴)  $4\sqrt{5} - 10$

۱۵۷. حاصل عبارت  $|0.04^5 + (-0.04^7)|$  کدام است؟

- ۱)  $-0.04^5 + 0.04^7$       ۲)  $-0.04^5 - 0.04^7$       ۳)  $0.04^5 + 0.04^7$       ۴)  $0.04^5 - 0.04^7$

۱۵۸. اگر حاصل ضرب  $a, b$  مثبت و مجموع آن‌ها عددی منفی باشد کدام گزینه زیر صحیح است؟

$|ab(a+b)| = a^2b + ab^2$  (۴)     
  $|a+b| = -a-b$  (۳)     
  $|a+b| = -a+b$  (۲)     
  $|ab(a+b)| = -a^2b + ab^2$  (۱)

۱۵۹. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$|\sqrt{2} - \sqrt{3}| - |\sqrt{3} - 1| - |-\sqrt{2}| =$

$1 - 2\sqrt{2}$  (۴)     
  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  (۳)     
  $-\sqrt{2} - \sqrt{3}$  (۲)     
  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$  (۱)

۱۶۰. حاصل ضرب مقادیر ممکن برای  $x$  در معادله روبه رو کدام است؟

$|x - \frac{1}{2}| = \frac{3}{4}$

$\frac{5}{16}$  (۴)     
  $-\frac{5}{16}$  (۳)     
  $-\frac{1}{4}$  (۲)     
  $-\frac{7}{8}$  (۱)

۱۶۱. مجموع مقادیر  $x$  کدام است؟

$|2x - 4| = 3$

$\frac{1}{2}$  (۴)     
  $\frac{7}{2}$  (۳)     
 ۴ (۲)     
 ۳ (۱)

۱۶۲. حاصل  $|0.3^2 - 0.3^4|$  کدام است؟

$0.3^2 + 0.3^4$  (۴)     
  $-0.3^2 - 0.3^4$  (۳)     
  $0.3^2 - 0.3^4$  (۲)     
  $-0.3^2 + 0.3^4$  (۱)

۱۶۳. اگر  $ab < 0$ ،  $|a - b|$  کدام می‌تواند باشد؟

$-a - b$  (۱)     
  $a - b$  (۲)     
  $-a + b$  (۳)     
 نمی‌توان نظر داد. (۴)

۱۶۴. اگر  $ab > 0$  و  $ac < 0$ ، کدام گزینه همواره درست است؟

$|a| = -a$  (۱)     
  $|b| = b$  (۲)     
  $\sqrt{c^2} = -c$  (۳)     
  $|bc| = -bc$  (۴)

۱۶۵. عبارت  $\frac{a-7}{3|a|+4}$  به ازای چه مقادیری مثبت است؟

$A = \{a \in \mathbb{R} | a < 7\}$  (۱)     
  $A = \{a \in \mathbb{R} | a > 7\}$  (۲)     
  $a \in \mathbb{R}$  (۳)     
  $a \in \mathbb{Z}$  (۴)

۱۶۶. کدام گزینه صحیح است؟

$\sqrt{25+16} = 9$  (۱)     
  $\sqrt{b^3x^4} = bx^2\sqrt{b}$  (۲)     
  $-\sqrt{4 \times 9} = 6$  (۳)     
  $|7 - \sqrt{50}| = 7 - \sqrt{50}$  (۴)

۱۶۷. حاصل عبارت  $|2 - \sqrt{20}| - \sqrt{(\sqrt{5}-4)^2}$  برابر کدام گزینه است؟

$3\sqrt{5}-6$  (۱)     
  $2\sqrt{5}-4$  (۲)     
  $6+2\sqrt{5}$  (۳)     
  $\sqrt{5}-6$  (۴)

۱۶۸. اگر  $3ab < 0$  و  $7a - 7b > 0$  باشد، حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$|3a - 2b + 7| - |2b - a - 6| =$

$4a - 4b + 13$  (۱)     
  $-2a - 1$  (۲)     
  $-4a + 4b - 13$  (۳)     
  $2a + 1$  (۴)



۱۶۹. اگر روی محور اعداد، تمامی نقاطی که اعداد گنگ بین  $2\sqrt{2}$  و  $3\sqrt{3}$  را نمایش می‌دهند رنگ کنیم، چه تعداد از جملات زیر صحیح است؟

(الف) نقاط رنگ شده، یک پاره‌خط به وجود می‌آورند.

(ب) تعداد نقاط رنگ شده، بی‌شمار است.

(ج) تعداد نقاطی که رنگ نشده‌اند، بی‌شمار است.

(د) تمام نقاطی که اعدادی با بی‌شمار رقم اعشاری را نمایش می‌دهند، رنگ شده‌اند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۷۰. حاصل کسر  $\frac{\sqrt{(a+b)^2}}{\sqrt[3]{(a+b)^3}}$  به شرط آنکه  $a < 0$  و  $ab > 0$  باشد، کدام است؟

$-(a+b)$  (۴)

$a+b$  (۳)

$-1$  (۲)

$1$  (۱)

۱۷۱. اگر  $a < b$  باشد، حاصل  $\sqrt{(a+b)^2} - 4ab$  با کدام گزینه برابر است؟

$-a-b$  (۴)

$a+b$  (۳)

$b-a$  (۲)

$a-b$  (۱)

۱۷۲. عدد  $\sqrt{29}$  عضو کدام مجموعه است؟

$\{x \in \mathbb{R} \mid -x > 5\}$  (۴)

$\{x \in \mathbb{Q} \mid x < 6\}$  (۳)

$\{x \in \mathbb{R} \mid -x > -6\}$  (۲)

$\{x \in \mathbb{R} \mid x < 5\}$  (۱)

۱۷۳. اگر  $0 < x < y < 1$  باشد، حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$|x - y + 1| - \sqrt{(x-1)^2} = ?$$

$-2x + y + 2$  (۴)

$2x - y$  (۳)

$-y + 2$  (۲)

$-2x + y$  (۱)

۱۷۴. اگر  $x = \frac{a+b}{3}$ ،  $a < b$  حاصل عبارت  $|a-x| + |x-b|$  کدام است؟

$b+a$  (۴)

$a+b-2x$  (۳)

$b-a$  (۲)

$2x-a-b$  (۱)

۱۷۵. اگر  $x < 0$  حاصل عبارت  $\sqrt{x^2} - |1-x|$  کدام است؟

$-x$  (۴)

$-1$  (۳)

$1$  (۲)

$x$  (۱)

۱۷۶. چند جمله از جمله‌های زیر درست است؟

(الف) مجموعه اعداد گویا را می‌توان با محور اعداد نمایش داد.

(ب) اگر عدد  $n$  مربع کامل نباشد،  $\sqrt{n}$  گنگ است.

(ج) به ازای هر عدد حقیقی  $a$  داریم:  $|a| + a > 0$

(د) برای هر دو عدد حقیقی  $a$  و  $b$  همواره داریم:  $|a+b| = |a| + |b|$

چهار تا (۴)

سه تا (۳)

دو تا (۲)

یکی (۱)

۱۷۷. اگر  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی مخالف صفر باشند، کدام گزینه همواره درست است؟

$|ab| = ab$  (۴)

$|ab| = |a| \times |b|$  (۳)

$|a+b| = |a| + |b|$  (۲)

$|ab| + ab = 0$  (۱)

۱۷۸. اگر  $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(a-c)^2} = b-c$  باشد، کدام گزینه درست است؟ ( $a$ ،  $b$  و  $c$  مخالف صفر فرض شده‌اند).

$a < c < b$  (۴)

$a < b < c$  (۳)

$b < a < c$  (۲)

$c < a < b$  (۱)



۱۷۹. کدام عبارت نادرست است؟

- ۱  $\sqrt{\pi a^2}$ ، یک جمله‌ای است.  
 ۲ اگر  $x < 0$  و  $y > 0$  باشد، آنگاه  $x - y = \sqrt{(y-x)^2}$   
 ۳ عددی  $\sqrt{5} - \frac{5}{\sqrt{5}}$  عددی گویا است.  
 ۴ حاصل عبارت  $\sqrt{(-6 + \sqrt{11})^2} + |-\sqrt{11}|$  برابر ۶ است.

۱۸۰. جواب دستگاه  $\begin{cases} y = |x - 2| \\ y = |x + 1| \end{cases}$  کدام است؟

- ۱  $(0, 1)$       ۲  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$       ۳  $(1, \frac{1}{2})$       ۴  $(1, 1)$

۱۸۱. حاصل عبارت  $\frac{5\sqrt{(-\sqrt{x^2+6x})^2}}{\sqrt{(2x - \sqrt{25x^2})^2}}$  کدام است؟ ( $x < -6$ )

- ۱  $-\frac{25}{3}x$       ۲  $\frac{25}{7}x$       ۳  $\frac{35}{3}x$       ۴ ۵

۱۸۲. حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\sqrt{(3 + \sqrt{2})^2} + \sqrt{(3 - \sqrt{2})^2} - 2| - \sqrt{2}| + |\sqrt{2}|$$

۱  $6 + \sqrt{2}$       ۲  $6 - \sqrt{2}$       ۳  $6 - 2\sqrt{2}$       ۴  $6 + 2\sqrt{2}$

۱۸۳. با کدام شرط تساوی زیر همواره برقرار است؟ (تمام اعداد مخالف صفر اند.)

$$-x\sqrt{\frac{y^2 z^2}{w^4}} = \frac{xyz}{w^2}$$

۱  $xyz > 0$       ۲  $yz < 0$       ۳  $yz > 0$       ۴  $xyz < 0$

۱۸۴. حاصل  $\sqrt{0,111\dots}$  کدام است؟

- ۱  $0,111\dots$       ۲  $0,222\dots$       ۳  $0,333\dots$       ۴  $0,444\dots$

۱۸۵. حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\frac{5}{2 \times 3} - \frac{7}{3 \times 4} + \frac{9}{4 \times 5} - \frac{11}{5 \times 6} + \frac{13}{6 \times 7} - \frac{15}{7 \times 8} =$$

۱  $\frac{3}{8}$       ۲  $\frac{1}{2}$       ۳  $\frac{3}{4}$       ۴  $\frac{1}{8}$

۱۸۶. کسر عدد  $5,005$  را به دست آورید.

- ۱  $\frac{5000}{999}$       ۲  $\frac{5005}{999}$       ۳  $\frac{5000}{1000}$       ۴  $\frac{5000}{900}$

۱۸۷. در نمایش اعشاری  $\frac{7}{22}$  مجموع رقم‌های بیستم و پنجاهم بعد از ممیز کدام است؟

- ۱ ۹      ۲ ۱۶      ۳ ۱۱      ۴ ۲

۱۸۸. نمایش اعشاری  $\frac{5}{16}$  برابر است با:

- ۱  $0,312$       ۲  $0,31$       ۳  $0,3135$       ۴  $0,3125$

۱۸۹. حاصل عبارت  $\frac{1}{11 \times 16} + \frac{1}{16 \times 21} + \frac{1}{21 \times 26} + \dots + \frac{1}{46 \times 51}$  برابر است با:

- ۱  $\frac{8}{2805}$       ۲  $\frac{62}{561}$       ۳  $\frac{40}{561}$       ۴  $\frac{8}{561}$



۱۹۰. کدام کسر متناوب مرکب است؟

$\frac{4}{33}$  (۴)

$\frac{4}{8}$  (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{16}{45}$  (۱)

۱۹۱. علی کاری را در ۸ ساعت و رضا همان کار را در ۱۲ ساعت انجام می دهد. دو نفر با هم کار را در چه مدتی انجام می دهند؟

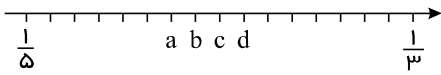
۴٫۲ ساعت (۴)

۴٫۸ ساعت (۳)

۴٫۶ ساعت (۲)

۴٫۵ ساعت (۱)

۱۹۲. کسرهای  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{5}$  روی محور اعداد نشان داده شده اند کدام حرف نمایشگر کسر  $\frac{1}{4}$  است؟



b (۲)

a (۱)

d (۴)

c (۳)

۱۹۳. کسر  $\frac{n}{1992}$  به یک عدد اعشاری مختوم پس از ممیز تبدیل می شود. کمترین مقدار ممکن برای n چیست؟

۲۴۹ (۴)

۸۳ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

۱۹۴. اگر  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  آن گاه کدام گزینه نادرست است؟ (a, b, c, d مخالف صفر و دو کسر  $\frac{a}{b}$  و  $\frac{c}{d}$  هم علامت)

$\frac{a}{b} < \frac{a+1}{b+1}$  (۴)

$\frac{b}{a} > \frac{d}{c}$  (۳)

$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$  (۲)

$\frac{a}{b} < \frac{ad+bc}{2bd} < \frac{c}{d}$  (۱)

۱۹۵. چند مورد از عبارات زیر گویاست؟

۱)  $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$

۲) ۰٫۰۱۱۰۲۱۰۰۰

۳) ۲۱

۴)  $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{5}}$

۵) ۰٫۳

۶)  $3\sqrt{4}$

۰ مورد (۴)

۵ مورد (۳)

۴ مورد (۲)

۲ مورد (۱)

۱۹۶. حاصل A کدام است؟

$$A = 2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \dots}}}$$

گزینه الف و ب (۴)

+۱ (۳)

-۱ (۲)

+۳ (۱)

۱۹۷. به جای \* در  $1 * 1$  حداقل چند صفر بگذاریم که عدد بدست آمده از  $\frac{2009}{2008}$  کمتر باشد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۹۸. بگویید کسر برابر با عدد اعشاری  $7,9$  کدام است؟

۸ (۴)

$\frac{79}{100}$  (۳)

$\frac{8}{10}$  (۲)

$\frac{79}{99}$  (۱)

۱۹۹. p و q و r سه عدد طبیعی اند اگر بدانیم  $p + \frac{1}{q + \frac{1}{r}} = \frac{25}{19}$  حاصل pqr کدام است؟

۳۶ (۴)

۱۸ (۳)

۱۰ (۲)

۶ (۱)

۲۰۰. بین دو عدد  $\frac{5}{3}$  و  $\frac{3}{5}$  چند کسر متعارفی با صورت ۶۰ می توان نوشت؟

۶۴ (۴)

۶۳ (۳)

۶۲ (۲)

۶۱ (۱)



۲۰۱. کدام گزینه با مخرج ۱۰۰ بین دو کسر  $\frac{5}{12}$  و  $\frac{7}{16}$  قرار دارد؟

- ۱  $\frac{43}{100}$      
  ۲  $\frac{21}{100}$      
  ۳  $\frac{72}{100}$      
  ۴  $\frac{86}{100}$

۲۰۲. حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{-3}{5 \times 2} + \frac{-3}{2 \times (-1)} + \frac{-3}{(-1) \times (-4)} + \dots + \frac{-3}{(-52) \times (-55)} = ?$$

- ۱  $\frac{12}{55}$      
  ۲  $-\frac{12}{55}$      
  ۳  $\frac{18}{50}$      
  ۴  $-\frac{18}{50}$

۲۰۳. در عدد اعشاری متناوب  $0,1234512345000$  هزار و نهصد و نود و دومین رقم پس از ممیز کدام است؟

- ۱ ۱     
  ۲ ۲     
  ۳ ۳     
  ۴ ۴

۲۰۴. حاصل دقیق عبارت  $\frac{3}{7}$  برابر است با  $0,428571428571000$ ، دو هزار و سیصد و سیزدهمین رقم این عبارت چند است؟

- ۱ ۴     
  ۲ ۲     
  ۳ ۸     
  ۴ ۵

۲۰۵. صورت کسرهای ساده نشدنی زیر عدد طبیعی هستند. کدام یک از آنها نمایش اعشاری متناوب دارد؟

- ۱  $\frac{a}{80}$      
  ۲  $\frac{b}{120}$      
  ۳  $\frac{c}{160}$      
  ۴  $\frac{d}{400}$

۲۰۶. مقدار عبارت زیر برابر با کدام گزینه است؟

$$\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{20 \times 21} =$$

- ۱  $\frac{19}{21}$      
  ۲  $\frac{9}{20}$      
  ۳  $\frac{9}{42}$      
  ۴  $\frac{19}{42}$

۲۰۷. کدام کسر با عدد اعشاری  $5,66000$  برابر است؟

- ۱  $\frac{19}{3}$      
  ۲  $\frac{17}{3}$      
  ۳  $\frac{16}{3}$      
  ۴  $\frac{5}{3}$

۲۰۸. عدد  $\frac{3}{7}$  را به صورت اعشاری می‌نویسیم. هشتاد و چهارمین عدد بعد اعشار برابر است با: (روبوکاپ چهارمین دوره ۱۳۸۷)

- ۱ ۱     
  ۲ ۲     
  ۳ ۴     
  ۴ ۷

۲۰۹. نماد اعشاری کدام یک از کسرها متناوب ساده است؟

- ۱  $\frac{16}{45}$      
  ۲  $\frac{7}{6}$      
  ۳  $\frac{1}{8}$      
  ۴  $\frac{2}{3}$

۲۱۰. کدام یک از دو کسر زیر بین دو کسر  $-\frac{5}{7}$  و  $-\frac{6}{7}$  قرار ندارد؟

- ۱  $-\frac{19}{21}$      
  ۲  $-\frac{17}{21}$      
  ۳  $-\frac{16}{21}$      
  ۴  $-\frac{11}{14}$

۲۱۱. در نمایش اعشاری کسر  $\frac{3}{11}$  مجموع رقم‌های شصتم و هفتادویکم بعد از ممیز کدام است؟

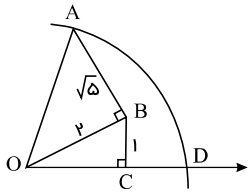
- ۱ ۴     
  ۲ ۱۴     
  ۳ ۹     
  ۴ ۷

۲۱۲. به ازای کدام مقدار  $a$  کسر  $\frac{5}{5a+1}$  تولیدکننده عدد اعشاری  $0,45$  است؟

- ۱ ۲     
  ۲ ۳     
  ۳  $\frac{1}{2}$      
  ۴  $\frac{1}{3}$

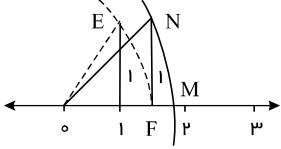


۲۲۳. باتوجه به شکل، اندازه  $CD$  کدام گزینه است؟



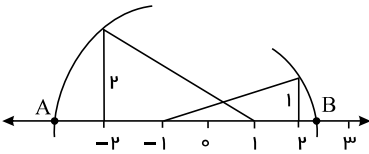
- ۱)  $3$   
۲)  $\sqrt{3}$   
۳)  $3 + \sqrt{3}$   
۴)  $3 - \sqrt{3}$

۲۲۴. در شکل زیر نقطه  $M$  چه عددی را نشان می‌دهد؟ (اندازه‌ی پاره‌خط‌های عمودی یک واحد می‌باشد)



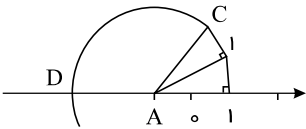
- ۱)  $\sqrt{5}$   
۲)  $\sqrt{3}$   
۳)  $\sqrt{5} - 1$   
۴)  $\sqrt{2}$

۲۲۵. در شکل زیر میانگین اعداد متناظر با نقاط  $A$  و  $B$  چه عددی است؟



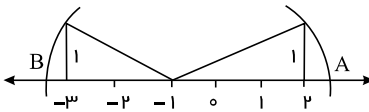
- ۱)  $\frac{\sqrt{13} - \sqrt{10}}{2}$   
۲)  $\frac{\sqrt{10} + \sqrt{13}}{2}$   
۳)  $\frac{\sqrt{10} - \sqrt{13}}{2}$   
۴)  $\frac{-\sqrt{13} - \sqrt{10}}{2}$

۲۲۶. در شکل مقابل به مرکز  $A$  و شعاع  $AC$  کمان زده‌ایم تا محور را در نقطه‌ی  $D$  قطع کند، نقطه‌ی  $D$  کدام عدد را مشخص می‌کند؟



- ۱)  $-2 - \sqrt{6}$   
۲)  $-1 - \sqrt{6}$   
۳)  $-\sqrt{6}$   
۴)  $-1 + \sqrt{6}$

۲۲۷. در شکل زیر فاصله‌ی نقطه‌ی  $A$  تا  $B$  برابر است با:



- ۱)  $\sqrt{10}$   
۲)  $\sqrt{5}$   
۳)  $\sqrt{10} + \sqrt{5}$   
۴)  $-\sqrt{10}$   
۵)  $-\sqrt{5}$

۲۲۸. اگر  $a$  و  $b$  اعدادی گنگ باشند کدام گزینه همواره درست است؟

- ۱)  $a + b \in Q'$   
۲)  $ab \in R$   
۳)  $a - b \in Q'$   
۴)  $a^2 b \in Q'$

۲۲۹. طول و عرض یک مستطیل اعدادی گنگ هستند. در مورد این مستطیل کدام گزینه درست است؟

- ۱) مساحت این مستطیل همواره عددی گویا است.  
۲) محیط این مستطیل همواره عددی گنگ است.  
۳) محیط این مستطیل می‌تواند گنگ یا گویا باشد.  
۴) جذر مساحت این مستطیل همواره عددی گنگ است.

۲۳۰. کدام یک از اعداد زیر اصم است؟ (گویا نیست)

- ۱)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4,5}}$   
۲)  $\frac{(\sqrt{2})^2}{(\sqrt{4,5})}$   
۳)  $(\sqrt{4,5} - \sqrt{2})^2$   
۴)  $(\sqrt{4,5} + 2)(\sqrt{4,5} - 2)$

۲۳۱. کدام یک صحیح نیست؟

- ۱)  $\sqrt{3}$  گویا نیست چون نمی‌توان آن را مساوی عددی صحیح قرار داد.  
۲) هر نقطه روی محور اعداد نمایانگر عددی حقیقی است.  
۳) مجموعه‌ی اعداد اصم عبارتست از مجموعه‌ی اعداد حقیقی منهای مجموعه‌ی اعداد گویا.  
۴) اگر  $n$  مجذور کامل نباشد  $\sqrt{n}$  گویا نیست.

۲۳۲. کدام یک از اعداد زیر بین  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  و  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  قرار دارد؟

$\frac{9}{11}$  (۴)

$\frac{5}{11}$  (۳)

$\frac{3}{5}$  (۲)

$\frac{3}{4}$  (۱)

۲۳۳. چند تا از موارد زیر لزوماً عددی گنگ است؟

$0.1020030004$  (a)

(b) ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم الزاویه‌ای با اضلاع گویا

(c) قطر مربعی به ضلع گویا

(d)  $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{1396} (\sqrt{3}+\sqrt{2})^{1396}$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۳۴. کدام یک از گزینه‌ها نادرست است؟

(۱) هر عدد صحیح، عددی است گویا.

(۳) ۱۵ عدد صحیح بین  $5\sqrt{3}$  و  $3\sqrt{5}$  وجود دارد.

(۲) اگر  $\pi$  مجذور کامل نباشد،  $\sqrt{n}$  گویا نیست. ( $n$  عددی طبیعی است).

(۴) دو کسر وقتی با هم برابرند که صورت‌ها با هم و مخرج‌ها با هم برابر باشند.

۲۳۵. اگر  $a$  و  $b$  مثبت باشند و  $a^{-\frac{1}{3}} > b^{\frac{1}{2}}$  باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

$a^{-1} > b^{-1}$  (۴)

$a^2 > b^3$  (۳)

$a^2 < b^3$  (۲)

$a^2 b^3 < 1$  (۱)

۲۳۶.  $a, b, c, d, e$  پنج عدد حقیقی مثبت هستند. اگر داشته باشیم  $bd < cd < ab < bc < ae$  کوچک‌ترین عدد کدام است؟

$d$  (۴)

$c$  (۳)

$b$  (۲)

$a$  (۱)

۲۳۷. اگر  $A = \{x | -2 < x \leq 3\}$  و  $B = \{x | x < -1\}$ ، مجموعه  $A - B$  کدام است؟

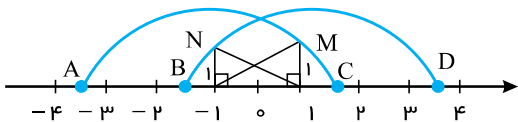
$\{x | -2 < x \leq -1\}$  (۴)

$\{x | -1 \leq x \leq 3\}$  (۳)

$\{x | -1 < x < 3\}$  (۲)

$\{x | -2 < x < -1\}$  (۱)

۲۳۸. در شکل روبه‌رو، دو نیم‌دایره مساوی رسم کرده‌ایم که محور را در نقاط  $A, B, C, D$  قطع کرده‌اند. کدام نقطه  $1 + \sqrt{5}$  را نشان می‌دهد؟



$D$  (۲)

$B$  (۱)

$C$  (۴)

$A$  (۳)

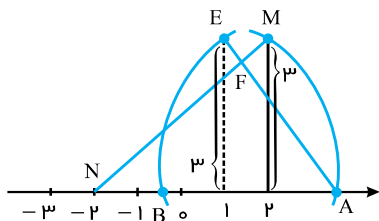
۲۳۹. نقطه  $B$  نمایش چه عددی است؟

$3 - \sqrt{8}$  (۲)

$5 - 2\sqrt{3}$  (۱)

$5 - \sqrt{13}$  (۴)

$3 - \sqrt{13}$  (۳)



۲۴۰. اگر  $\alpha$  گویا و  $\beta$  گنگ باشد، کدام گزینه الزاماً عددی گنگ است؟

$\alpha^2 \beta + \beta$  (۴)

$\beta^2 \alpha + \alpha$  (۳)

$\frac{1+\alpha}{\beta}$  (۲)

$\alpha \beta$  (۱)

۲۴۱. عدد حقیقی  $k$  به عدد حقیقی  $x$  و پس از آن به دو برابر  $x$  افزوده می‌شود. هرگاه عدد دوم به تعداد  $k$  دفعه از مجذور عدد اول کسر

شود، حاصل این عمل به‌ازای هر  $k$  و  $x$  چه خواهد بود؟

$\frac{1}{x^2}$  (۴)

$\frac{1}{x}$  (۳)

$x^2$  (۲)

$x$  (۱)

۲۴۲. اگر  $a < 0$  و  $b < 0$ ، کدام عبارت همواره درست است؟

۱  $|a + b| = a - b$     
  ۲  $|a + b| = -a + b$     
  ۳  $|a + b| = a + b$     
  ۴  $|a + b| = -(a + b)$

۲۴۳. اگر  $|bc| = bc$ ، آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟ ( $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ )

۱  $\frac{a}{bc} > 0$     
  ۲  $\frac{bc}{a^2} < 0$     
  ۳  $\frac{a^2}{bc} > 0$     
  ۴  $\frac{bc}{a} < 0$

۲۴۴. اگر  $a < 0$  و  $b < 0$ ، کدام عبارت همواره درست است؟

۱  $|a + b| = a - b$     
  ۲  $|a + b| = -a + b$     
  ۳  $|a + b| = a + b$     
  ۴  $|a + b| = -(a + b)$

۲۴۵. اگر مجموعه‌های  $A = \{-5, 1\}$  و  $B = \{|x|, a\}$  با هم مساوی باشند حاصل  $-2|x| + a$  کدام است؟

۱  $-7$     
  ۲  $11$     
  ۳  $3$     
  ۴  $-9$

۲۴۶. عبارت  $\frac{a}{|a|} - \frac{b}{|b|}$  به ازای عددهای حقیقی و ناصفر  $a$  و  $b$  چند مقدار متمایز دارد؟

۱  $5$     
  ۲  $4$     
  ۳  $3$     
  ۴  $2$

۲۴۷. بین  $x$  و  $y$ ، عدد بزرگتر همواره برابر است با:

۱  $\frac{1}{2}(x + y) + |x - y|$     
  ۲  $x - y + \frac{1}{2}|x + y|$     
  ۳  $\frac{1}{2}(|x - y| + x + y)$     
  ۴  $x + y + \frac{1}{2}|x - y|$

۲۴۸. اگر  $|a + b| < |a| + |b|$ ، کدام گزینه صحیح است؟

۱  $a > 0, b > 0$     
  ۲  $a < 0, b < 0$     
  ۳  $ab < 0$     
  ۴  $ab = 0$

۲۴۹. اگر  $x < 0$  آنگاه حاصل  $\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{4x^2}$  کدام است؟

۱  $x + 1$     
  ۲  $x - 1$     
  ۳  $-x - 1$     
  ۴  $-x + 1$

۲۵۰. اگر  $x^2 < x$  و  $\sqrt{y^2} = -y$  باشد، در این صورت کدام یک همواره درست است؟

۱  $\frac{1}{x} < 1$     
  ۲  $xy > 0$     
  ۳  $xy \leq y$     
  ۴  $xy \leq 0$

۲۵۱. به ازای چند عدد گویای  $b$ ،  $(b \neq 1)$  حاصل  $b + 1 + \frac{12}{|b - 1|}$  عددی صحیح است؟

۱  $12$     
  ۲  $6$     
  ۳  $13$     
  ۴  $7$

۲۵۲. تمامی جفت‌هایی مثل  $(a, b)$  از عددها در نظر بگیرید که در شرط  $ab < 0$  صدق می‌کنند. کدام تساوی به ازای تمامی این جفت‌ها درست است؟

۱  $|a| + a = 0$     
  ۲  $|b| + b = 0$     
  ۳  $|a + b| = ||a| - |b||$     
  ۴  $|a + b| = |a - b|$

۲۵۳. حاصل جمع جواب‌های معادله  $|1 - |x|| - 5 = 4 - \frac{1}{3}|x|$  کدام است؟

۱  $-3$     
  ۲  $-2$     
  ۳  $-1$     
  ۴  $0$

۲۵۴. اگر  $-2 < x < 3$ ، حاصل  $|x + 2| + |x^2 - 9|$  کدام است؟

۱  $2x^2 + 2x + 9$     
  ۲  $2x^2 + 2x - 9$     
  ۳  $2x - 9$     
  ۴  $2x + 9$

۲۵۵. اگر  $\sqrt{a^2 + 3} + a = 4$  باشد، حاصل  $2\sqrt{a^2 + 3} - 2a$  چیست؟

۱  $8$     
  ۲  $16$     
  ۳  $\frac{3}{2}$     
  ۴  $\frac{1}{2}$

۲۵۶. اگر  $x > 2$  باشد، حاصل عبارت  $\sqrt{-(x+1)^2} - \sqrt{(x-2)^2}$  کدام گزینه است؟

- ۱)  $2x+1$       ۲) ۳      ۳) ۱      ۴) -۱

۲۵۷. حاصل عبارت  $|2 - \sqrt{7}| + \sqrt{7}|1 - \sqrt{7}| - \sqrt{7}$  کدام گزینه است؟

- ۱) ۹      ۲) ۵      ۳)  $5 - 2\sqrt{7}$       ۴)  $9 - 2\sqrt{7}$

۲۵۸. مقدار  $x$  برابر با کدام گزینه است؟

$$|x - 5| = |2x + 7|$$

- ۱)  $-12$  و  $-\frac{2}{3}$       ۲)  $12$  و  $-\frac{2}{3}$       ۳)  $-12$  و  $\frac{2}{3}$       ۴)  $12$  و  $\frac{2}{3}$

۲۵۹. اگر  $xyz \neq 0$  و  $m = \sqrt{-x^2 y^3 z^5}$  یک عدد حقیقی باشد، آن گاه کدام یک از تساوی‌های زیر، همواره درست است؟

- ۱)  $m = -x\sqrt{y^3 z^5}$       ۲)  $m = z\sqrt{-x^2 y^3 z^3}$       ۳)  $m = xy\sqrt{-yz^5}$       ۴)  $m = -yz\sqrt{-x^2 yz^3}$

۲۶۰. اگر  $|a| + |b| = |a + b|$  آن گاه حاصل  $2\frac{a}{|a|} + 5\frac{b}{|b|}$  چند مقدار مختلف می‌تواند باشد؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

۲۶۱. مجموع قدر مطلق ریشه‌های حقیقی معادله مقابل کدام عدد است؟

$$|x| + |x - 1| = 3$$

- ۱) صفر      ۲) ۱      ۳) ۲      ۴) ۳

۲۶۲. کوچک‌ترین و ساده‌ترین کسر متعارفی را یافته‌ایم که خارج قسمت تقسیم آن بر هر یک از کسرهای  $\frac{10}{21}$ ،  $\frac{5}{14}$  و  $\frac{6}{7}$  عددی صحیح باشد؛ در این صورت مجموع صورت و مخرج این کسر چیست؟

- ۱) ۳۷      ۲) ۴۷      ۳) ۳۹      ۴) ۴۹

۲۶۳. مورچه‌ها مقداری غذا در انبار ذخیره کرده بودند. آن‌ها روز اول  $\frac{1}{5}$  ذخیره انبار، به انبار اضافه کردند. همان شب  $\frac{1}{6}$  ذخیره انبار را مصرف کردند. روز دوم  $\frac{1}{7}$  ذخیره به انبارشان اضافه کردند و همان شب  $\frac{1}{8}$  ذخیره انبار را مصرف کردند؛ به همین ترتیب روز سوم  $\frac{1}{9}$  اضافه و

همان شب  $\frac{1}{10}$  مصرف کردند. در انتهای روز صدم، نسبت ذخیره انبار مورچه‌ها به ذخیره آن‌ها در انتهای روز اول، چقدر خواهد شد؟

- ۱)  $\frac{1}{100}$       ۲)  $\frac{5}{105}$       ۳)  $\frac{170}{230}$       ۴)  $\frac{505}{609}$

۲۶۴. حاصل  $A = \frac{|x|}{x} + \frac{|y|}{y} + \frac{|xy|}{xy}$  چند مقدار مختلف دارد؟ ( $x$  و  $y$  اعداد حقیقی غیر صفر هستند).

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) بی‌شمار

۲۶۵. تعداد جواب‌های معادله  $|1 + |x + 2|| = 7$  برابر است با:

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) جواب ندارد.

۲۶۶. اگر  $-3 < x < -2$  باشد، ساده شده عبارت  $\sqrt{x^2 - 4|x| + 4} + \sqrt{(|x + 2| - 1)^2}$  کدام است؟

- ۱)  $x - 1$       ۲)  $x + 1$       ۳) ۱      ۴) ۳

۲۶۷. با شرط  $x < -1$  حاصل  $|1 - |x|| + \sqrt{x^2}$  کدام گزینه است؟

- ۱)  $2x - 1$       ۲)  $-2x - 1$       ۳) -۱      ۴) ۱



۲۶۸. اگر  $A = \left\{ \frac{2x}{1-|x|} \mid x \in \mathbb{Z}, -4 < x \leq 2 \right\}$  باشد، تفاضل بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو مجموعه  $A$ ، کدام است؟

- ۱ (۱)      ۶ (۲)      ۷ (۳)      ۸ (۴)

۲۶۹. اگر  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -8 \leq x < 5\}$  و  $B = \{x \in A \mid |x| \notin A\}$  کدام یک از مجموعه‌های زیر با مجموعه  $B$  مساوی هست؟

- ۱ (۱)  $\{x - 1 \mid x \in A, -7 \leq x < -3\}$       ۲ (۲)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid -8 \leq x \leq -4\}$   
 ۳ (۳)  $\{x + 1 \mid x \in A, -9 \leq x \leq -6\}$       ۴ (۴) گزینه‌های الف و ج

۲۷۰. اگر  $a < 0 < b$  باشد، آن‌گاه حاصل  $|a - b| + \left| \frac{b}{2} - \frac{a}{2} \right|$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{3a}{2} - \frac{3b}{2}$       ۲ (۲)  $\frac{+a}{2} - \frac{b}{2}$       ۳ (۳)  $\frac{-3a}{2} + \frac{3b}{2}$       ۴ (۴)  $\frac{-a}{2} + \frac{b}{2}$

۲۷۱. اگر  $0 < a < b$  باشد حاصل عبارت مقابل کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{1}{2}$       ۲ (۲)  $\frac{1}{4}$       ۳ (۳) ۱      ۴ (۴) ۲  
 $\frac{\left| \frac{a}{2} - \frac{b}{2} \right| + \frac{a}{2}}{|2b - a| + a}$

۲۷۲. حاصل عبارت مقابل کدام است؟ ( $m$  و  $n$  اعدادی صحیح هستند.)

- ۱ (۱) -۳      ۲ (۲) ۳      ۳ (۳) -۵      ۴ (۴) ۵  
 $||(-1)^m| - |3|| - |-6| + |(-1)^n| = ?$

۲۷۳. حاصل عبارت زیر چند است؟

- ۱ (۱)  $3\sqrt{6} - 3$       ۲ (۲)  $3 - \sqrt{6}$       ۳ (۳)  $\frac{1}{9}$       ۴ (۴) ۹  
 $\frac{5 - 2\sqrt{6}}{3 - \sqrt{6}} \times (\sqrt{9 - \sqrt{54}})^{-2}$

۲۷۴. اگر  $a$  و  $b$  دو عدد گویا باشند به طوری که  $|a| > |b|$  و  $(a + b) \in \mathbb{Z}$  و  $(a - b) \in (\mathbb{Q} - \mathbb{Z})$ ، در این صورت چند تا از گزاره‌های

زیر می‌تواند درست باشد؟

- ۱ (۱) صفر      ۲ (۲) ۱      ۳ (۳) ۲      ۴ (۴) ۳  
 $\frac{a}{b} \in \mathbb{Z}$  •  
 $\frac{a}{b} \in (\mathbb{Q} - \mathbb{Z})$  •  
 $a = -2b$  •

۲۷۵. اگر  $\frac{5}{6} = \overline{ab} \div \overline{ba}$  حاصل  $a + b$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۷      ۲ (۲) ۸      ۳ (۳) ۹      ۴ (۴) ۱۰

۲۷۶. اگر بسط اعشاری  $2,1\overline{3}$  با کسر  $\frac{a+2}{3a-1}$  برابر باشد، عدد گویای  $a$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{2}{3}$       ۲ (۲)  $\frac{62}{81}$       ۳ (۳)  $\frac{3}{2}$       ۴ (۴)  $\frac{81}{62}$



۱. حاصل عبارت  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}$  کدام است؟

۴

۵

۲

۳

پاسخ: گزینه ۱

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{2 - 1} = 1 + \frac{1}{2} + 2 = 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

۲. حاصل  $\frac{5}{6} - \frac{3}{8} \div \frac{9}{4} \times \frac{-5}{6}$  کدام است؟

۳۵

$-\frac{1}{6}$

$\frac{31}{30}$

$-\frac{11}{45}$

پاسخ: گزینه ۴ نکته‌ی مهم در این سوال رعایت عملیات است. ابتدا ضرب و تقسیم هر کدام که زودتر آمده بود (از چپ) سپس حاصل جمع و تفریق و اولویت با عملیات اولی از چپ است.

$$(1) -\frac{3}{8} \div \frac{9}{4} = -\frac{1}{6} \quad (2) -\frac{1}{6} \times -\frac{5}{6} = \frac{5}{36} \quad (3) \frac{5}{6} + \frac{5}{36} = \frac{35}{36}$$

۳. در هر یک از کسره‌های زیر، صورت و مخرج نسبت به هم اولند. کدام یک از آنها نمایش اعشاری مختوم دارند؟

$\frac{x}{22}$

$\frac{z}{15}$

$\frac{y}{60}$

$\frac{w}{160}$

پاسخ: گزینه ۱ کسره‌هایی نمایش اعشاری مختوم دارند که پس از ساده شدن صورت مخرج آنها در تجزیه مخرجشان، به شمارنده‌های اول فقط شمارنده‌های ۲ یا ۵ وجود داشته باشد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱:  $\frac{w}{160} = \frac{2^5 \times 5}{2^4 \times 5}$

گزینه ۲:  $\frac{y}{60} = \frac{2^2 \times 3 \times 5}{2^2 \times 3 \times 5}$

گزینه ۳:  $\frac{z}{15} = \frac{3 \times 5}{3 \times 5}$

گزینه ۴:  $\frac{x}{22} = \frac{2 \times 11}{2 \times 11}$

۴. کدام عدد وسط  $\frac{2}{3}$  و  $\frac{4}{5}$  است؟

$\frac{6}{15}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{7}{8}$

$\frac{11}{15}$

پاسخ: گزینه ۱ عدد وسط همان میانگین دو عدد است.

$$\frac{\frac{2}{3} + \frac{4}{5}}{2} = \frac{\frac{10}{15} + \frac{12}{15}}{2} = \frac{22}{30} = \frac{11}{15}$$

۵. حاصل کسر  $\frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2}}}}$  را بدست آورید؟

$\frac{3}{2}$

۲

$\frac{4}{5}$

$\frac{5}{4}$

پاسخ: گزینه ۲

ساده‌سازی را از پایین‌ترین (داخلی‌ترین) مخرج شروع می‌کنیم:



$$\frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2}}}}}} = \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2}}}}} = \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2}}}} = \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2}}} = \frac{1}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

۶. کدام یک از گزینه‌های زیر از عدد  $2,827$  بزرگ‌تر است؟

- گزینه ۱:  $2,827$       گزینه ۲:  $2,827$       گزینه ۳:  $2,8274$       گزینه ۴:  $2,8274$

پاسخ: گزینه ۲ برای مقایسه راحت‌تر اعداد اعشاری متناوب چند رقم از آن‌ها را تکرار می‌کنیم.

$$2,827 = 2,827777\dots$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: کوچک‌تر است.

$$2,827 = 2,827272727\dots$$

گزینه ۲: بزرگ‌تر است.

$$2,827 = 2,827827827\dots$$

گزینه ۳: کوچک‌تر است.

$$2,8274 = 2,8274274274\dots$$

گزینه ۴: کوچک‌تر است.

$$2,8274 = 2,8274747474\dots$$

۷. کدام یک از اعداد زیر بین دو عدد  $\frac{3}{4}$  و  $\frac{4}{5}$  قرار دارد؟

- گزینه ۱:  $\frac{23}{32}$       گزینه ۲:  $\frac{13}{18}$       گزینه ۳:  $\frac{23}{30}$       گزینه ۴:  $\frac{5}{6}$

پاسخ: گزینه ۳ جواب‌های ما باید بین  $\frac{3}{4}$  و  $\frac{4}{5}$  باشد و همچنین باید از  $\frac{3}{4}$  بیشتر و  $\frac{4}{5}$  کمتر باشد. ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم.

$$\frac{4 \times 4}{4 \times 5} \quad \frac{4 \times 3}{4 \times 4} \quad \frac{16}{20} \quad \frac{15}{20} \quad \xrightarrow{\text{صورت و مخرج را ضربدر ۳ می‌کنیم}} \quad \frac{49}{60} \quad \frac{45}{60}$$

بین دو کسر  $\frac{45}{60}$  و  $\frac{48}{60}$  عدد  $\frac{46}{60}$  قرار دارد که جواب سوال است.

$$1 + \frac{1 - \frac{4}{5}}{3}$$

۸. حاصل عبارت  $1 - \frac{1 - \frac{4}{5}}{3}$  را بدست آورید؟

- گزینه ۱:  $\frac{4}{11}$       گزینه ۲:  $\frac{11}{15}$       گزینه ۳:  $\frac{4}{15}$       گزینه ۴:  $\frac{1}{11}$

پاسخ: گزینه ۲ شروع به ساده کردن می‌کنیم:

$$1 - \frac{1 - \frac{4}{5}}{3} = 1 - \frac{1 + \frac{1}{15}}{3} = 1 - \frac{1 + \frac{1}{15}}{3} = 1 - \frac{16}{45} = 1 - \frac{16}{4 \times 15} = 1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$$

۹. نماد علمی حاصل عبارت  $531 \times 10^{-1396} + 531 \times 10^{-1395}$  برابر است با:

- گزینه ۱:  $5,31351 \times 10^{-1394}$       گزینه ۲:  $5,31351 \times 10^{-1393}$       گزینه ۳:  $5,31351 \times 10^{-1396}$       گزینه ۴:  $5,31351 \times 10^{-1395}$

پاسخ: گزینه ۱

$$5,31351 \times 10^{-1395} = 5,31351 \times 10^{-1396} \times 10$$

ابتدا توان‌های ۱۰ را در دو عدد یکسان می‌کنیم که بتوانیم با هم جمع کنیم:

$$0,351 \times 10^{-1396} + 531 \times 10^{-1396} = 10^{-1396} (0,351 + 531)$$

$$= 10^{-1396} (531,351) = 531,351 \times 10^{-1396} = 5,31351 \times 10^{-1394}$$

۱۰. به ازای چه مقداری برای  $y$ ، کسر مقابل، مختوم خواهد شد؟

$$\frac{49}{14^2 \times 20 \times 6^{y+1}}$$

۲ (۴)

۱ (۳)

صفر (۲)

-۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا کسر را ساده می‌کنیم:

$$\frac{49}{14^2 \times 20 \times 6^{y+1}} = \frac{7 \times 7}{2^2 \times 7 \times 2 \times 5 \times 2 \times 3^{y+1}} = \frac{1}{2^2 \times 2^2 \times 5 \times 3^{y+1}}$$

هر کسر مختوم بعد از ساده شدن در تجزیه مخرجشان به شمارنده‌های اول، فقط شمارنده‌های ۲ یا ۵ وجود دارد، پس کافی است توان  $(2 \times 3) = 6$  صفر شود.

$$y + 1 = 0 \Rightarrow y = -1$$

۱۱. کدام کسر از بقیه به  $\frac{1}{2}$  نزدیک‌تر است؟

 $\frac{57}{92}$  (۴) $\frac{29}{57}$  (۳) $\frac{27}{59}$  (۲) $\frac{25}{79}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳ در بین تمام کسرها عدد  $\frac{29}{57}$  به  $\frac{1}{2} = \frac{29}{58}$  نزدیک‌تر است.

۱۲. عکسی مستطیل شکل به ابعاد  $12 \times 9$  را بزرگ کرده‌ایم، به طوری که عکسی متشابه با آن به وجود آمده است. اگر به طول عکس ۸ سانتی‌متر اضافه شده باشد، به عرض آن چند سانتی‌متر اضافه شده است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

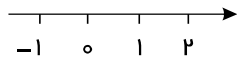
۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ طول این عکس ۱۲ و عرض آن ۹ سانتی‌متر است، اگر به طول این عکس ۸ سانتی‌متر اضافه شود، طول این عکس برابر  $12 + 8 = 20$  سانتی‌متر می‌شود و چون عکس بزرگ شده با عکس اولیه متشابه است، داریم:

$$\frac{\text{طول عکس کوچک}}{\text{عرض عکس کوچک}} = \frac{\text{طول عکس بزرگ}}{\text{عرض عکس بزرگ}} \Rightarrow \frac{12}{9} = \frac{20}{x} \Rightarrow x = 15 \Rightarrow 15 - 9 = 6$$

به عرض این عکس ۶ واحد اضافه شده است.



۱۳. روی محور زیر بین دو عدد ۱ و ۲ چند عدد گویا می‌توان یافت؟

بی‌شمار (۴)

هیچ عددی نمی‌توان یافت (۳)

یک عدد (۲)

دو عدد (۱)

پاسخ: گزینه ۴ می‌دانیم که بین هر دو عدد بی‌شمار عدد گویا وجود دارد پس گزینه ۴ صحیح است.

۱۴. حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟

$$\frac{-3 - 4 - 7}{-\frac{3}{11} - \frac{4}{11} - \frac{7}{11}}$$

 $-\frac{1}{11}$  (۴) $\frac{1}{11}$  (۳) $\frac{77}{4}$  (۲)

۱۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{-3 - 4 - 7}{-\frac{3}{11} - \frac{4}{11} - \frac{7}{11}} = \frac{-14}{\frac{-3-4-7}{11}} = \frac{-14}{\frac{-14}{11}} = 11$$

۱۵. حاصل عبارت  $\left(1 - \left(\frac{2}{8} - \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{2}\right)\right)\right)$  کدام است؟

۴  $-\frac{10}{24}$

۳  $-\frac{20}{24}$

۲  $+\frac{10}{24}$

۱  $+\frac{68}{48}$

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{4}{3} - \frac{5}{2} = -\frac{7}{6} \quad (1)$$

$$\frac{2}{8} - \left(-\frac{7}{6}\right) = \frac{12 + 56}{48} = \frac{68}{48} \quad (2)$$

$$1 - \frac{68}{48} = -\frac{20}{48} = -\frac{10}{24}$$

۱۶. کدام گزینه عبارت «عددی که ..... باشد وجود ندارد» را به درستی کامل می‌کند؟

۴ هم صحیح و هم طبیعی

۳ هم حقیقی و هم گنگ

۲ هم گنگ و هم طبیعی

۱ هم صحیح و هم گویا

پاسخ: گزینه ۲ عدد گنگ و طبیعی وجود ندارد.

۱۷. عدد  $\sqrt{21}$  بین کدام عدد صحیح قرار دارد؟

۴  $-5$  و  $-6$

۳  $-4$  و  $-5$

۲  $5$  و  $6$

۱  $4$  و  $5$

پاسخ: گزینه ۳

$$\sqrt{16} < \sqrt{21} < \sqrt{25} \Rightarrow 4 < \sqrt{21} < 5 \Rightarrow -4 < -\sqrt{21} < -5$$

۱۸. کدام عبارت نادرست است؟

۲ عددی وجود دارد هم گویا است و هم گنگ

۱ عددی وجود دارد هم صحیح است و هم گویا

۴ عددی وجود دارد هم حقیقی است و هم طبیعی

۳ عددی وجود دارد هم حقیقی است و هم گنگ

پاسخ: گزینه ۲ عددی که هم گویا باشد هم گنگ وجود ندارد.

۱۹. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

۴  $\sqrt{17} \in Q'$

۳  $\sqrt{100} \in Q'$

۲  $\frac{3}{7} \in Q'$

۱  $-\frac{1}{2} \in Q'$

پاسخ: گزینه ۴ تنها گزینه ۴ است که عددی گنگ است؛ بقیه همگی گویا هستند.

۲۰. کدام دو عدد گنگ بین ۵ و ۲- قرار دارد؟

۴  $-\sqrt{16}$ ،  $\sqrt{6}$

۳  $\sqrt{-4}$ ،  $\sqrt{5}$

۲  $\sqrt{39}$ ،  $\sqrt{26}$

۱  $-\sqrt{2}$ ،  $\sqrt{5}$

پاسخ: گزینه ۱ تنها گزینه ۱ بین ۵ و ۲- قرار دارد. دقت شود که در گزینه  $\sqrt{-4}$  غلط است و باید  $-\sqrt{4}$

۲۱. کدام گزینه صحیح است؟

۴  $\pi \notin R$

۳  $3,7 \in Q$

۲  $\sqrt{11} \in Q$

۱  $\sqrt{4,9} \notin R$

پاسخ: گزینه ۳ با توجه به گزینه‌های بالا فقط گزینه ۳ صحیح است و  $3,7$  عددی گویا می‌باشد.

۲۲. کدام گزینه صحیح است؟

۴  $W \subset N \subset Z \subset Q \subset R$

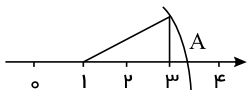
۳  $N \subset W \subset Z \subset Q \subset Q' \subset R$

۲  $N \subset Q' \subset Z \subset Q \subset R$

۱  $N \subset W \subset Z \subset Q \subset R$

پاسخ: گزینه ۱ تنها گزینه ۱ صحیح بیان شده است.

۲۳. نقطه  $A$  چه عددی را نشان می‌دهد؟



۲  $-\sqrt{5}$

۱  $\sqrt{5}$

۴  $1 - \sqrt{5}$

۳  $1 + \sqrt{5}$

پاسخ: گزینه ۳ از نقطه ۱،  $\sqrt{5}$  را رسم کرده‌ایم و چون به سمت مثبت محور است پس  $A$  برابر با  $1 + \sqrt{5}$  است.

۲۴. عدد  $3 + \sqrt{10}$  بین کدام عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

۴ و ۳ (۴)

۷ و ۶ (۳)

۵ و ۴ (۲)

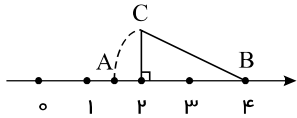
۶ و ۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ روش اول:  $\sqrt{10}$  تقریباً برابر ۳٫۱ است و  $3 + \sqrt{10}$  برابر ۶٫۱ برابر گزینه ۳ است.  
روش دوم:

$$\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16} \Rightarrow 3 < \sqrt{10} < 4$$

$$\xrightarrow{+3} \rightarrow 3 + 3 < 3 + \sqrt{10} < 3 + 4$$

$$6 < 3 + \sqrt{10} < 7$$



$2\sqrt{5} - 4$  (۲)

$4 - \sqrt{5}$  (۴)

$4 + \sqrt{5}$  (۱)

$4 - 2\sqrt{5}$  (۳)

پاسخ: گزینه ۴

۲۵. در شکل مقابل نقطه‌ی A نظیر کدام عدد حقیقی است؟

$$BC^2 = 2^2 + 1^2 + 5 \rightarrow BC = \sqrt{5}$$

از B به سمت چپ محور (منفی‌ها) به اندازه‌ی  $\sqrt{5}$  کمانی زده شده پس A برابر با  $4 - \sqrt{5}$  است.

۲۶. کدام گزینه یک عدد گنگ است؟

$0.527$  (۴)

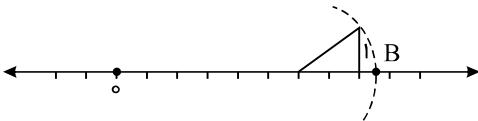
$\sqrt{25}$  (۳)

$\frac{-6}{5}$  (۲)

$\sqrt{0.09}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴ گزینه ۴ یک عدد متناوب مرکب است و گنگ می‌باشد.

۲۷. نقطه‌ی B چه عددی را نشان می‌دهد؟



$6 + \sqrt{5}$  (۲)

$8 + \sqrt{2}$  (۴)

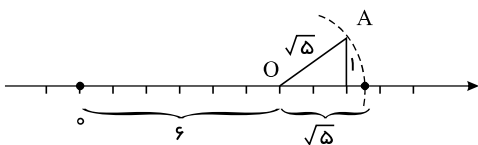
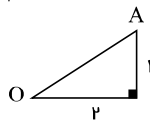
$6 + \sqrt{2}$  (۱)

۸٫۵ (۳)

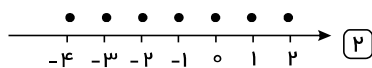
پاسخ: گزینه ۲

$$OA^2 = 2^2 + 1^2 \rightarrow OA^2 = 4 + 1 = 5 \rightarrow OA = \sqrt{5}$$

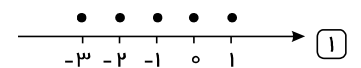
$$OA = OB = \sqrt{5} \text{ چون شعاع‌ها برابرند } B = 6 + \sqrt{5}$$



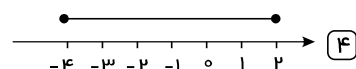
۲۸. نمودار مجموعه‌ی A کدام است؟  $A = \{x | x \in Z, -4 \leq x \leq 2\}$



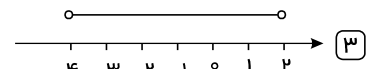
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

پاسخ: گزینه ۲ مشخصاً اعضای A در اعداد صحیح Z و مابین اعداد -۴ و ۲ می‌باشد که مجموعه‌ی A صورت اعضایش به این صورت در می‌آید  
 $A = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

۲۹. سوال: چند عدد گویا بین دو عدد  $\sqrt{3}$  و  $\sqrt{2}$  وجود دارد؟

بی‌شمار (۴)

دو (۳)

یک (۲)

هیچ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ بین دو عدد گنگ، بی‌شمار عدد گویا وجود دارد.

۳۰. مجموعه‌ی اعداد حقیقی کوچکتر از  $\sqrt{13}$  چند عضو دارد؟

- ۱) عضو ۳      ۲) عضو ۴      ۳) عضو ۷      ۴) بی‌نهایت

پاسخ: گزینه ۴ بین هر دو عدد حقیقی بی‌شمار عدد حقیقی وجود دارد.

$$\{x \in \mathbb{R} \mid x < \sqrt{13}\}$$

۳۱. کدام عبارت صحیح است؟

- ۱)  $Z \subset N$       ۲)  $Z \subset Q \subset N$       ۳)  $N \subset Z \subset Q$       ۴)  $R \subset Q \subset N$

پاسخ: گزینه ۳ با توجه به رابطه  $N \subset Z \subset Q \subset R$

۳۲. اگر  $0 < \frac{a}{b} < 1$  باشد کدام گزینه همواره بزرگ‌تر از ۱ خواهد بود؟

- ۱)  $\frac{a-b}{b-a}$       ۲)  $\frac{b}{a}$       ۳)  $\frac{a+1}{b+1}$       ۴)  $\frac{-b}{a}$

پاسخ: گزینه ۲ با توجه به اینکه  $0 < \frac{a}{b} < 1$ ، در نتیجه  $a$  و  $b$  هم‌علامت و  $a < b$  است و تنها گزینه‌ای که همواره بزرگ‌تر از ۱ خواهد بود، معکوس  $\frac{a}{b}$  یعنی  $\frac{b}{a}$  است.

۳۳. حاصل عبارت  $0.\overline{2} + 0.\overline{2}$  برابر کدام گزینه است؟

- ۱)  $0.\overline{24}$       ۲)  $0.\overline{24}$       ۳)  $0.\overline{24}$       ۴)  $0.\overline{22}$

پاسخ: گزینه ۱ برای راحت‌تر شدن محاسبه‌ی مربوط به اعداد اعشاری متناوب چند رقم از آنها را می‌نویسیم

$$0.\overline{2} = 0.222222\ldots$$

$$0.\overline{2} = 0.2020202020\ldots$$

$$\Rightarrow \frac{+0.2020202020\ldots}{0.2424242424\ldots} = 0.\overline{24}$$

۳۴. اگر نامساوی  $5ra2\bar{b} < 5ra3\bar{b} < 5ra2\bar{b}$  برقرار باشد. بیشترین مقداری که  $a+b$  می‌تواند داشته باشد، کدام است؟

- ۱) ۱۰      ۲) ۱۱      ۳) ۱۲      ۴) ۱۳

پاسخ: گزینه ۱

$$\underbrace{5ra2\bar{b}}_{(1)} < \underbrace{5ra2\bar{b}}_{(2)} < \overline{5ra2b}$$

در قسمت شماره (۱) نامساوی نتیجه می‌گیریم رقم ده هزارم در  $5ra2\bar{b}$  رقم  $b$  در  $5ra2\bar{b}$  رقم ۲ است. پس:  $b < 2$ . در قسمت شماره (۲) نامساوی نتیجه می‌گیریم رقم ده

هزارم در  $5ra2\bar{b}$  رقم ۲ و در  $5ra2\bar{b}$  رقم  $a$  است. پس:  $a > 2$ . حال حدکثر مقدار  $a+b = 10$  ( $a=9, b=1$ )

۳۵. بزرگ‌ترین عضو مجموعه  $A = \{3 - (x-1)^2 \mid x \in \mathbb{R}\}$  کدام گزینه است؟

- ۱) ۳      ۲) ۰      ۳) ۱      ۴) نمی‌توان تعیین کرد.

پاسخ: گزینه ۱  $x$  باید عضو اعداد حقیقی باشد اما باید توجه کنید  $x$  عضو  $A$  نیست بلکه عبارت  $3 - (x-1)^2$  عضوهای  $A$  است و این عبارت زمانی بیشترین مقدار است که

$(x-1)^2 = 0$  باشد پس به ازای  $x=1$  بزرگترین عضو یعنی ۳ ساخته می‌شود.

۳۶. کدام گزینه درست است؟

۱)  $\mathbb{N} \subset \mathbb{W} \subset \mathbb{Z} \subset (\mathbb{Q}) \subset (\mathbb{Q})' \subset \mathbb{R}$       ۲)  $\mathbb{W} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset (\mathbb{Q}) \subset \mathbb{R}$

۳)  $\mathbb{N} \subset \mathbb{W} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{R} \subset (\mathbb{Q})$       ۴)  $\mathbb{N} \subset \mathbb{W} \subset \mathbb{Z} \subset (\mathbb{Q}) \subset \mathbb{R}$

پاسخ: گزینه ۴ رابطه بین مجموعه‌ها چنین است:

$(\mathbb{R})$  مجموعه اعداد حقیقی  $\subset (\mathbb{Q})$  مجموعه اعداد گویا  $\subset (\mathbb{Z})$  مجموعه اعداد صحیح  $\subset (\mathbb{W})$  مجموعه اعداد حسابی  $\subset (\mathbb{N})$  مجموعه اعداد طبیعی

۳۷. کدام گزینه درست نیست؟

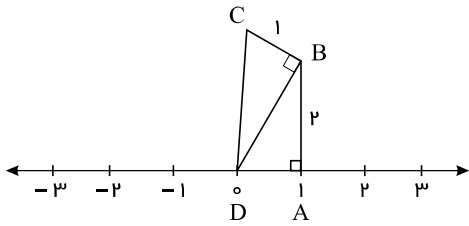
۱) عدد  $\pi$  گنگ نیست.      ۲)  $\sqrt{16}$  گویاست.

۳)  $\sqrt{3}$  گنگ است.      ۴) مجموعه اعداد اصم برابر است با مجموعه اعداد حقیقی منهای مجموعه اعداد گویا

پاسخ: گزینه ۱ عدد  $\pi$  گنگ است و مقدار تقریبی آن ۳٫۱۴ است.

گزینه ۲:  $\sqrt{16} = 4$  جذر کامل دارد و عددی گویاست.  
گزینه ۳: درست است و جذر دقیق ۳ وجود ندارد.

۳۸. در شکل زیر، طول  $DC$  کدام است؟



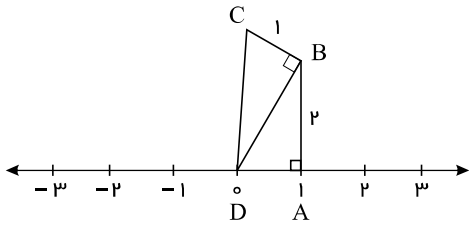
- ۱)  $1 - \sqrt{6}$   
۲)  $\sqrt{6}$

- ۱)  $\sqrt{6} - 1$   
۳)  $1 + \sqrt{6}$

پاسخ: گزینه ۴

$ABD$  در مثلث  $\rightarrow (1)^2 + (2)^2 = DB^2 \rightarrow DB = \sqrt{5}$   
 $DBC$  در مثلث  $\rightarrow (\sqrt{5})^2 + 1^2 = CD^2 \rightarrow CD = \sqrt{6}$

$CD$  طول شعاع دایره‌ای به مرکز  $D$  است.



۳۹. کدام عدد گنگ زیر بین  $\sqrt{11}$  و  $\sqrt{5}$  قرار دارد؟

- ۱)  $\sqrt{7}$     ۲)  $\sqrt{3}$     ۳)  $\sqrt{8,3}$     ۴) گزینه ۱ و ۳ صحیح است

پاسخ: گزینه ۴  $\sqrt{5}$  تقریباً برابر ۲,۲ است و  $\sqrt{11}$  تقریباً ۳,۳ پس تنها گزینه ۱ و ۳ بین این دو عدد قرار دارد. ( $\sqrt{8,3} \approx 2,9$ ,  $\sqrt{7} \approx 2,6$ )

۴۰. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$|5 \times (-2) - 3 \times (-2) \times (-1)| =$   
۱)  $-16$     ۲)  $16$     ۳)  $4$     ۴)  $2$

پاسخ: گزینه ۲

$|-10 + (6)(-1)| = |-10 - 6| = |-16| = 16$

۴۱. اگر  $|x| = -3$  آنگاه  $x$  کدام است؟

- ۱)  $3$     ۲)  $-3$     ۳)  $0$     ۴) وجود ندارد.

پاسخ: گزینه ۴ قدر مطلق عددی هیچ‌گاه عددی منفی نمی‌شود پس  $x$  وجود ندارد.

۴۲. حاصل عبارت  $|3x - 1| + |x - 4| + 3 - x$  به ازای  $x = 1$  کدام است؟

- ۱)  $7$     ۲)  $-3$     ۳)  $-7$     ۴)  $3$

پاسخ: گزینه ۱

$|3x - 1| + |x - 4| + 3 - x \stackrel{x=1}{=} |3 - 1| + |1 - 4| + 3 - 1 = 2 + 3 + 2 = 7$

۴۳. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$\left| -\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \right| + \frac{4}{3}$   
۱)  $\frac{5}{3}$     ۲)  $\frac{6}{3}$     ۳)  $\frac{7}{3}$     ۴)  $\frac{8}{3}$

پاسخ: گزینه ۳

$\left| -\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \right| = \frac{4}{3} = 1$



$$\Rightarrow \left| 1 + \frac{4}{3} \right| = \frac{7}{3}$$

۴۴. عبارت ریاضی مربوط به «فاصله عددی از ۲-، ۳ واحد است»، کدام گزینه است؟

۱  $|x| + |2| = 3$      
  ۲  $|x| - |2| = 3$      
  ۳  $|x - 2| = 3$      
  ۴  $|x + 2| = 3$

پاسخ: گزینه ۴ برای نوشتن فاصله دو عدد مانند  $a$  و  $b$  داریم  $|a - b|$  و در این سؤال خواهیم داشت:  $|x - (-2)| = 3$  در نتیجه  $|x + 2| = 3$

۴۵. می‌دانیم  $a < -1$  در این صورت حاصل عبارت زیر برابر با کدام گزینه است؟

$$\sqrt{a^2} - \sqrt{a^2 + 2a + 1} = ?$$

۱  $2a - 1$      
  ۲  $+1$      
  ۳  $-1$      
  ۴  $2a + 1$

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا باتوجه به اینکه  $|a| = \sqrt{a^2}$  داریم:

$$\sqrt{a^2} - \sqrt{a^2 + 2a + 1} = \sqrt{a^2} - \sqrt{(a+1)^2} = |a| - |a+1|$$

حال باتوجه به اینکه  $a < -1$  در نتیجه  $a < 0$  و  $a + 1 < 0$  بنابراین:

$$|a| - |a+1| = -a - (-(a+1)) = -a + a + 1 = 1$$

۴۶. کسر عدد  $2,029$  کدام است؟

۱  $\frac{2009}{990}$      
  ۲  $\frac{2009}{999}$      
  ۳  $\frac{2009}{900}$      
  ۴  $\frac{2029}{999}$

پاسخ: گزینه ۱

$$x = 2,029$$

$$10x = 20,29$$

$$1000x = 2029,29$$

$$1000x - 10x = 2029,29 - 20,29$$

$$990x = 2009 \Rightarrow x = \frac{2009}{990}$$

۴۷. حاصل  $\frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} \div \frac{-1 - \frac{3}{4}}{-1 + \frac{3}{4}}$  کدام است؟

۱  $\frac{7}{4}$      
  ۲  $\frac{1}{4}$      
  ۳  $1$      
  ۴  $-1$

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} \div \frac{-1 - \frac{3}{4}}{-1 + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{4+3}{4}}{\frac{4-3}{4}} \div \frac{\frac{-4-3}{4}}{\frac{-4+3}{4}} = \frac{7}{4} \div \frac{-1}{4} = \frac{7}{4} \times \frac{4}{-1} = -7$$

۴۸. حاصل عبارت زیر کدام است؟

۱  $\frac{23}{46}$      
  ۲  $\frac{20}{19}$      
  ۳  $\frac{49}{19}$      
  ۴  $\frac{48}{19}$

پاسخ: گزینه ۳

از داخلی‌ترین عبارت داخلی کسر شروع به ساده کردن می‌کنیم؛ داریم:

$$1 + \frac{5}{1+5} = 1 + \frac{5}{6} = \frac{11}{6}$$

$$3 + \frac{4}{1+5} = 3 + \frac{4}{6} = \frac{24}{6} + \frac{4}{6} = \frac{28}{6} = \frac{14}{3}$$

$$2 + \frac{3}{1+5} = 2 + \frac{3}{6} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

۴۹. صورت کسرهای ساده نشدنی زیر عدد طبیعی می‌باشد. چند تا از آنها نمایش اعشاری متناوب دارد؟

$$\frac{a}{180}, \frac{e}{250}, \frac{f}{750}, \frac{m}{400}, \frac{d}{210}$$

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ مخرج کسرهای ساده نشدنی را به شمارنده‌های اول آن تجزیه می‌کنیم. اگر شمارنده‌ها فقط ۲ یا فقط ۵ باشند، کسر اعشاری مختوم در غیر این صورت کسر اعشاری نامختوم (متناوب) دارند.

$$\frac{d}{210} \Rightarrow 210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$\frac{m}{400} \Rightarrow 400 = 2^4 \times 5^2$$

$$\frac{f}{750} \Rightarrow 750 = 2 \times 3 \times 5^3$$

$$\frac{e}{250} \Rightarrow 250 = 2 \times 5^3$$

$$\frac{a}{180} \Rightarrow 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

پس سه کسر از ۵ کسر صورت سؤال دارای نمایش اعشاری متناوب هستند.

۵۰. حاصل عبارت  $1 \frac{1}{10} + 2 \frac{2}{10} + 3 \frac{3}{10} + 4 \frac{4}{10} + 5 \frac{5}{10} + 6 \frac{6}{10} + 7 \frac{7}{10} + 8 \frac{8}{10} + 9 \frac{9}{10}$  برابر است با:

۵۰٫۵ (۴)

۴۹٫۵ (۳)

۴۵ (۲)

۵۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ نکته: جمع  $n$  عدد طبیعی برابر است با:  $\frac{n(n+1)}{2}$

اعداد کسری با هم و اعداد صحیح را با هم جمع می‌کنیم

$$(1 + 2 + 3 + \dots + 9) + \left( \frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \dots + \frac{9}{10} \right) = 45 + \frac{45}{10} = 49,5$$

۵۱. اگر اعشار تکراری در  $\frac{1}{7}$  برابر  $0,142857$  و در  $\frac{1}{3}$  برابر  $0,3$  باشد، ارقام اعشاری تکراری در مجموع  $\frac{1}{7} + \frac{1}{3}$  چه خواهد بود؟

۰٫۴۷۶۱۹ (۴)

۰٫۴۷۶۱۹۰ (۳)

۰٫۱۴۲۸۶۰ (۲)

۰٫۴۴۲۸۵۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{3} = 0,142857142857$$

$$\frac{0,333333333333}{0,476190476190} = 0,476190$$

۵۲. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$3 - 3 \left[ \frac{3}{4} (1 - 3)^2 - 24 \div 2 + 6 \right]$$

۱۲ (۴)

۴۸ (۳)

-۶ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۴ در این سوال حتماً باید ترتیب عملیات رعایت شود.

$$3 - 3 \left[ \frac{3}{4} (1 - 3)^2 - 24 \div 2 + 6 \right] = 3 - 3 [3 - 12 + 6] = 3 - 3(-3) = 3 + 9 = 12$$

۵۳. حاصل  $\frac{\frac{1}{12} - \frac{1}{18} - \frac{1}{24}}{\frac{5}{24} - \frac{7}{36} - \frac{-1}{48}}$  کدام گزینه است؟

$-\frac{2}{5}$  (۴)

$-\frac{1}{5}$  (۳)

$\frac{1}{5}$  (۲)

$\frac{-4}{20}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{1}{12} - \frac{1}{18} - \frac{1}{24} = \frac{6-4-3}{72} = -\frac{1}{24}$$

$$\frac{5}{24} - \frac{7}{36} + \frac{1}{48} = \frac{30-28+3}{144} = \frac{5}{144}$$

۵۴. حاصل کسر زیر کدام است؟

$$\frac{0,125 - 2 \div \left(-\frac{2}{3} + \frac{2}{9} \times 2\right)}{\frac{1}{6} + \frac{5}{24}}$$

۴)  $-\frac{45}{8}$

۳)  $-\frac{73}{3}$

۲)  $\frac{73}{3}$

۱)  $\frac{45}{8}$

پاسخ: گزینه ۲

$$0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{\frac{1}{8} - 2 \div \left(\frac{-6+4}{9}\right)}{\frac{4+5}{24}} = \frac{\frac{1}{8} - 2 \times \frac{-9}{2}}{\frac{9}{24}} = \frac{\frac{1}{8} - 2 \times \frac{-9}{2}}{\frac{3}{8}} = \frac{73}{3}$$

۵۵. بین دو کسر  $\frac{1}{10}$  و  $\frac{4}{15}$  چند کسر وجود دارد که صورت آن عدد مرکب و مخرجش برابر ۶۰ باشد؟

۴) ۴

۳) ۵

۲) ۶

۱) بی شمار

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا دو کسر  $\frac{1}{10}$  و  $\frac{4}{15}$  را در مخرج ۶۰ می نویسیم و سپس کسرهای بین این دو کسر را می نویسیم، البته آنهایی که با مخرج ۶۰ هستند.

$$\frac{1}{10} = \frac{6}{60} < \frac{7}{60} < \frac{8}{60} < \frac{9}{60} < \frac{10}{60} < \frac{11}{60} < \frac{12}{60} < \frac{13}{60} < \frac{14}{60} < \frac{15}{60} < \frac{16}{60} = \frac{4}{15}$$

اعداد ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۴ و ۱۵ اعداد مرکب و مخرجشان ۶۰ است، پس تعداد ۶ کسر با این ویژگی داریم.

۵۶. حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟

$$\frac{2 - \frac{3}{5}}{1\frac{2}{3} - 3} \div \frac{2\frac{1}{3} - 3}{2 \div 3\frac{1}{2}}$$

۴)  $\frac{9}{10}$

۳)  $\frac{7}{10}$

۲)  $\frac{5}{10}$

۱)  $\frac{3}{10}$

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا شروع به ساده کردن عبارت اول می‌کنیم:

$$\frac{2 - \frac{3}{5}}{1\frac{2}{3} - 3} = \frac{\frac{7}{5}}{\frac{5}{3} - 3} = \frac{\frac{7}{5}}{-\frac{4}{3}} \quad (I)$$

حال عبارت دوم را ساده می‌کنیم:

$$\frac{2\frac{1}{3} - 3}{2 \div 3\frac{1}{2}} = \frac{\frac{7}{3} - 3}{2 \div \frac{7}{2}} = \frac{-\frac{2}{3}}{2 \times \frac{2}{7}} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{4}{7}} \quad (II)$$

حال عبارت (I) را بر (II) تقسیم می‌کنیم که برای این کار عبارت اول را در معکوس عبارت دوم ضرب می‌کنیم:

$$\frac{\frac{7}{5}}{-\frac{4}{3}} \times \frac{\frac{4}{7}}{-\frac{2}{3}} = \frac{\frac{28}{35}}{\frac{8}{9}} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{8}{9}} = \frac{36}{40} = \frac{9}{10}$$

۵۷. کدام یک از اعداد زیر بین  $0,142$  و  $0,143$  قرار دارد؟

۴)  $0,1436$

۳)  $0,1425$

۲)  $0,142$

۱)  $0,142$

پاسخ: گزینه ۳

$$0,142 = 0,1422222, \quad 0,143 = 0,1433333$$

در بین گزینه‌ها فقط گزینه‌ی ۳ رقم‌های صدم و هزارم این گزینه ۲۵ است که بین ۲۴ و ۳۴ است.

۵۸. اگر عدد گویای  $\frac{24}{17}$  از عدد گویای  $\frac{x}{12}$  کوچکتر باشد  $x$  حداقل چه عددی می‌تواند باشد؟

- ۱۷ (۱)      ۱۶ (۲)      ۱۵ (۳)      ۱۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{24}{17} < \frac{x}{12} \xrightarrow{\times 12} \frac{288}{17} < x$$

حاصل  $\frac{288}{17}$  را به دست می‌آوریم که برابر است با  $16,94$  پس:  $16,94 < x$  و چون  $x \in N$  است پس حداقل مقدار  $x$  برابر ۱۷ است.

۵۹. حاصل عبارت  $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \times \left(1 - \frac{1}{100}\right)$  کدام یک صحیح است؟

- $\frac{99}{100}$  (۱)       $\frac{88}{99}$  (۲)       $\frac{1}{99}$  (۳)       $\frac{1}{100}$  (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{99}{100} = \frac{1}{100}$$

۶۰. حاصل تقسیم  $0,11111$  بر  $0,1$  کدام است؟

- $0,90009$  (۱)       $1,1$  (۲)       $1,00001$  (۳)       $1,00001$  (۴)

پاسخ: گزینه ۴

۶۱. حاصل  $\frac{\left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{5}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{50}\right)}{\frac{1}{50}}$  کدام است؟

- ۵۰ (۱)      ۲۵ (۲)      ۵ (۳)      ۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \dots \times \frac{49}{50}}{\frac{1}{50}} = \frac{2}{50} = 2$$

۶۲. صورت و مخرج کسری عددهای صحیح منفی هستند. صورت یک واحد از مخرج بیشتر است، کدام حکم درست است؟

- کسر از ۱ کوچکتر است (۱)      کسر بین ۱- و صفر است (۲)      کسر عدد مثبتی کوچکتر از ۱ است (۳)      کسر از ۱ بزرگتر است (۴)

پاسخ: گزینه ۳ چون صورت و مخرج منفی هستند، کسر مثبت است و چون صورت منفی است و یک واحد از مخرج بزرگتر است، قدر مطلق آن یک واحد از قدر مطلق مخرج کوچکتر است، پس کسر از ۱ کوچکتر است.

۶۳. در نمایش اعشاری کسر  $\frac{3}{11}$  مجموع اولین و دهمین رقم اعشاری کدام است؟

- ۹ (۱)      ۱۴ (۲)      ۴ (۳)      ۱۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا کسر  $\frac{3}{11}$  را به صورت اعشاری می‌نویسیم (با تقسیم صورت بر مخرج).

کسر  $\frac{3}{11}$  در حالت اعشاری یک در میان ۲ و ۷ است، پس اولین رقم برابر ۲ و دهمین رقم برابر ۷ خواهد بود (باتوجه به الگوی رقم‌ها).

$$2 + 7 = 9$$

۶۴. حاصل عبارت  $\frac{2\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \div \frac{3}{8}}{\frac{1}{3} \div 3 \times 5 - \frac{5}{6}}$  برابر است با:

- (۱) -۶      (۲)  $\frac{13}{24}$       (۳) -۲۰      (۴)  $\frac{-15}{48}$

پاسخ: گزینه ۱

$$2\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \div \frac{3}{8} = \frac{7}{3} - \frac{1}{4} \times \frac{8}{3} = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{3} \div 3 \times 5 - \frac{5}{6} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 5 - \frac{5}{6} = \frac{5}{9} - \frac{5}{6} = \frac{10 - 15}{18} = \frac{-5}{18}$$

در نتیجه حاصل کل کسر برابر است با:

$$\frac{\frac{5}{3}}{\frac{-5}{18}} = \frac{5}{3} \times \frac{-18}{5} = -6$$

۶۵. کسر متعارفی برابر با عدد اعشاری ۰۱۲۵ را به صورت کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{125}$       (۲)  $\frac{1}{8}$       (۳)  $\frac{1}{80}$       (۴)  $\frac{11}{4}$

پاسخ: گزینه ۳ عدد اعشاری ۰۱۲۵ را به صورت کسر  $\frac{125}{10000}$  نیز می توان نوشت:

$$\frac{125}{10000} \div 125 = \frac{1}{80}$$

نکته: در تبدیل عدد اعشاری به کسر عدد را با حذف ممیز در صورت می نویسیم و در مخرج ۱ قرار می دهیم و در سمت راست ۱ به تعداد ارقام اعشاری ۰ می گذاریم.

۶۶. کسر  $\frac{6,8888...}{2,4444...}$  برابر کدام است؟

- (۱) ۳,۲۲۲      (۲) ۳      (۳)  $\frac{17}{6}$       (۴)  $\frac{31}{11}$

پاسخ: گزینه ۴

$$y = 2,4$$

$$-10y = 24,4$$

$$9y = 22$$

$$y = \frac{22}{9}$$

$$\begin{array}{r} x = 6,8 \\ -10x = 68,8 \\ \hline 9x = 62 \\ \boxed{x = \frac{62}{9}} \end{array}$$

$$\rightarrow \frac{x}{y} = \frac{\frac{62}{9}}{\frac{22}{9}} = \frac{62 \times \cancel{9}}{22 \times \cancel{9}} = \frac{31}{11}$$

۶۷. می دانیم که مجموع دو عدد گویا، یک عدد گویای دیگر است، اگر این مجموع را نصف کنیم باز هم گویاست. باتوجه به این مطلب کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

- (۱) بین دو عدد گویا، فقط یک عدد گویا وجود دارد.      (۲) بین دو عدد گویا، بی شمار عدد گویا وجود دارد.  
(۳) بین دو عدد گویا فقط دو عدد گویا وجود دارد.      (۴) بین دو عدد گویا فقط ۴ عدد گویا وجود دارد.

پاسخ: گزینه ۲

$$0,1 \xrightarrow{\text{بین}} 0 < \frac{1}{2} < 1 \Rightarrow 0 < \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4} < 1 \Rightarrow 0 < \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8} < 1$$

و این داستان ادامه دارد....

بین هر دو عدد حقیقی بی شمار عدد گویا / گنگ / حقیقی وجود دارد.



۶۸. روی محور اعداد نقطه A به فاصله یکسان از دو کسر  $\frac{3}{6}$  و  $\frac{4}{8}$  قرار دارد. اندازه نقطه A را بدست آورید.

$\frac{1}{2}$  (۴)

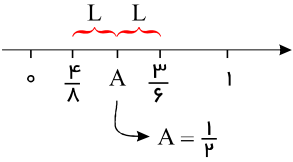
$\frac{3}{8}$  (۳)

$\frac{1}{4}$  (۲)

$\frac{1}{8}$  (۱)

$$\frac{\frac{3}{6} + \frac{4}{8}}{2} = \frac{1}{2}$$

پاسخ: گزینه ۴ چون به فاصله یکسان از  $\frac{3}{6}$  و  $\frac{4}{8}$  قرار دارد پس نقطه A وسط آنها بوده و مقدار آن برابر میانگین آنها می باشد داریم:  $\frac{1}{2}$ .



۶۹. کدام یک بین دو کسر  $\frac{7}{22}$  و  $\frac{3}{21}$  واقع است؟

$\frac{4}{43}$  (۴)

$\frac{3}{43}$  (۳)

$\frac{10}{43}$  (۲)

$\frac{5}{43}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲ چون  $\frac{7}{22}$  بزرگتر از  $\frac{3}{21}$  است پس می توان نوشت کسر  $\frac{7+3}{21+22}$  بین دو کسر قرار دارد. یعنی گزینه ی دوم  $\frac{10}{43}$

۷۰. حاصل عبارت  $16 - 6 \div 4 \times 12 - 3 \times 2 - 18 \div 3$  کدام است؟ (روبوکاپ - هفتمین دوره ۱۳۹۱)

-۲۱ (۴)

۲۰ (۳)

-۱۵ (۲)

-۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ باتوجه به اولویت عملیات حاصل را به دست می آوریم

$$18 \div 3 \times 2 - 12 \times 4 \div 6 - 16 = 6 \times 2 - 48 \div 6 - 16 = 12 - 8 - 16 = -12$$

۷۱. مجموع دو عدد گویا  $\frac{12}{35}$  است. اگر یکی از این دو عدد  $\frac{1}{7}$  باشد، عدد دیگر کدام است؟

$\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{4}{5}$  (۳)

$\frac{3}{5}$  (۲)

$\frac{3}{7}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{3}{5} \times (\text{مجموع دو عدد گویا}) = \frac{12}{35}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع دو عدد گویا} = \frac{12}{35} \div \frac{3}{5} = \frac{12}{35} \times \frac{5}{3} = \frac{4}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{7} + \text{عدد دیگر} = \frac{4}{7} \Rightarrow \text{عدد دیگر} = \frac{4}{7} - \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$$

۷۲. حاصل عبارت  $\frac{\frac{4}{5} + \frac{5}{4}}{\frac{3}{7} - \frac{7}{3}} + \frac{\frac{5}{4} + \frac{4}{5}}{-\frac{3}{7} + \frac{7}{3}}$  برابر است با: (روبوکاپ - نهمین دوره ۱۳۹۳)

۱ (۴)

$\frac{189}{80}$  (۳)

۰ (۲)

$\frac{189}{40}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲ در جمع این دو کسر چون صورت کسرها برابر و مخرج قرینه اند پس این دو کسر قرینه ی یکدیگرند و حاصل جمع دو عدد که قرینه ی هم باشند صفر است.

۷۳. حاصل عبارت  $\frac{\frac{1}{5} + \frac{2}{5}}{\frac{4}{7} - \frac{1}{7}} + \frac{\frac{14}{10} - \frac{5}{10}}{\frac{15}{7} - \frac{9}{14}}$  برابر است با: (روبوکاپ - دهمین دوره ۱۳۹۴)

$\frac{7}{6}$  (۴)

$\frac{7}{8}$  (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{\frac{1}{5} + \frac{2}{5}}{\frac{4}{7} - \frac{1}{7}} + \frac{\frac{14}{10} - \frac{5}{10}}{\frac{15}{7} - \frac{9}{14}} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{7}} + \frac{\frac{9}{10}}{\frac{21}{14}} = \frac{7}{5} + \frac{3}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

۷۴. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$-\frac{11}{5} + \frac{2 - \frac{3}{4}}{2 + \frac{-3}{4}}$$

۱ (۴)

۳ (۳)

۱۱ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{-11}{5} + 1 = \frac{-11}{5} + \frac{5}{5} = \frac{-6}{5}$$

۷۵. باتوجه به تساوی زیر حاصل  $-4A + 1$  کدام است؟

$$A = \frac{\frac{5}{12} + \frac{1}{20}}{\frac{1}{3}(3 - (-0,2))}$$

-۲,۵ (۴)

-۰,۷۵ (۳)

۲,۵ (۲)

۰,۷۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$A = \frac{\frac{25+3}{60} = \frac{28}{60} = \frac{30 \times 28}{60 \times 32} = \frac{7}{16}}{\frac{3,2}{3} = \frac{32}{30}}$$

$$-4A + 1 = -4 \times \frac{7}{16} + 1 = -\frac{3}{4} = -0,75$$

۷۶. کدامیک از اعداد زیر بین دو عدد اعشاری ۰,۴ و ۰,۶ قرار ندارد؟

۵ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

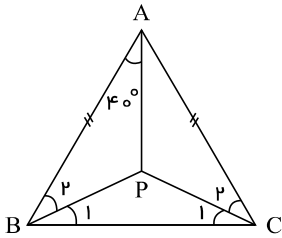
۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ دو عدد داده شده در صورت سوال را با ۴ عدد داده شده در گزینه ها مقایسه می کنیم و از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم:

$$\frac{5}{15} = \frac{1}{3}, \frac{3}{4} = \frac{18}{24}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{4}{10} < \frac{5}{12} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6} < \frac{6}{10}$$

$$\frac{20}{60} < \frac{24}{60} < \frac{25}{60} < \frac{45}{60} < \frac{50}{60} < \frac{36}{60}$$



۷۷. در شکل زیر اندازه  $\hat{B}_1 + \hat{C}_1$  چند درجه است؟ ( $AP$  نیمساز زاویه  $A$  است).

۶۰ (۱)

۷۰ (۲)

۸۰ (۳)

۵۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$AP \text{ نی‌مساز} \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 = 40^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 = 40^\circ \\ AP \text{ ضلع مشترک} \\ AB = AC \end{array} \right\} \rightarrow ABP \cong ACP \rightarrow \hat{B}_2 = \hat{C}_2 \quad (1)$$

$$A = 60^\circ \rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \frac{180 - 60}{2} = 60^\circ \xrightarrow{(1)} \begin{cases} \hat{B} = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 60^\circ \\ \hat{C} = \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 60^\circ \end{cases}$$

۷۸. کدام عدد بین دو عدد اعشاری ۰,۸ و ۰,۹ قرار دارد؟

۱۷ (۴)

۱۳ (۳)

۳۶ (۲)

۴۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$0,7 = \frac{7}{10} = \frac{42}{60}$$

$$0,6 = \frac{6}{10} = \frac{36}{60}$$

$$0,65 = \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$$

$$0,85 = \frac{85}{100} = \frac{17}{20}$$

$$\rightarrow 0,8 < 0,85 < 0,9$$

۷۹. اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد از بین اعداد  $\frac{6}{9}$ ,  $\frac{5}{2}$ ,  $\frac{-1}{18}$ ,  $\frac{-2}{3}$  کدام است؟

۳  $\frac{3}{18}$  (۴)

$\frac{58}{18}$  (۳)

$3\frac{1}{18}$  (۲)

$\frac{56}{18}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴ اعداد را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. می‌دانیم هر عدد منفی همواره کوچک‌تر از هر عدد مثبت است؛ داریم:

$$\frac{6 \times 2}{9 \times 2} = \frac{12}{18}, \quad \frac{5 \times 9}{2 \times 9} = \frac{45}{18}, \quad \frac{-1}{18}, \quad \frac{-2 \times 6}{3 \times 6} = \frac{-12}{18}$$

$$\boxed{\frac{-12}{18}} < \frac{-1}{18} < \frac{12}{18} < \boxed{\frac{45}{18}}$$

کوچکترین

بزرگترین

اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین:  $\frac{45}{18} - \left(-\frac{12}{18}\right) = \frac{57}{18} = 3\frac{3}{18}$

۸۰. اگر  $a$  و  $b$  دو عدد گویای مثبت باشند حاصل کدام گزینه همواره عددی بین ۳ و ۵ است؟

$\frac{3a - 5b}{a + b}$  (۴)

$\frac{3a + 5b}{a - b}$  (۳)

$\frac{3a + 5b}{a + b}$  (۲)

$\frac{a - b}{3a + 5b}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{a}{b} < \frac{a + c}{b + d} < \frac{c}{d}$$

$$3 < 5 \rightarrow \frac{3a}{a} < \frac{5b}{b} \rightarrow \frac{3a}{a} < \frac{3a + 5b}{a + b} < \frac{5b}{b}$$

۸۱. در کسر کوچک‌تر از واحد  $\frac{7n}{72}$  کوچک‌ترین عدد طبیعی که می‌توان به جای  $n$  قرار داد تا بسط اعشاری این کسر متناوب ساده شود، چند است؟

۴ (۴)

۶ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ با تجزیهٔ مخرج عامل‌های اول ۲ و ۳ دیده می‌شود. برای آن که این کسر متناوب ساده شود باید عامل  $3^3$  مخرج  $\frac{7n}{3^2 \times 2^3}$  ساده گردد، پس  $n = 3^3 = 27$

۸۲. محیط مستطیلی ۳۸ است. اگر اندازه‌های اضلاع مستطیل اعدادی طبیعی باشد، مساحت مستطیل حداکثر چند است؟

۸۵ (۴)

۹۰ (۳)

۱۳۲ (۲)

۳۶۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ مجموع طول و عرض

$$38 \div 2 = 19$$

نزدیک‌ترین دو عدد:

$$19 = 9 + 10 \Rightarrow 9, 10$$

حداکثر مساحت:

$$9 \times 10 = 90$$

۸۳. عدد  $\sqrt{43}$  به کدام مجموعه زیر تعلق دارد؟

$\{x \in \mathbb{Q} \mid 6 < x < 7\}$  (۴)

$\{x \in \mathbb{Q} \mid 7 < x < 8\}$  (۳)

$\{x \in \mathbb{R} \mid 6 < x < 7\}$  (۲)

$\{x \in \mathbb{R} \mid 7 < x < 8\}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲  $\sqrt{43}$  باید در مجموعهٔ اعداد حقیقی قرار گیرد پس  $x \in \mathbb{R}$  (رد گزینه ۳ و ۴)



اما  $\sqrt{43}$  بین  $\sqrt{36}$  و  $\sqrt{49}$  قرار دارد که جذر آنها برابر با اعداد صحیح ۷ و ۶ می‌باشد.

۸۴. چند تا از جملات زیر صحیح هستند؟

a. ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

b. مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.

c. ضرب هر عدد گویا در هر عدد گنگ، گنگ است.

- هیچکدام (۱)      یکی (۲)      دو تا (۳)      سه تا (۴)

پاسخ: گزینه ۱ برای رد هر کدام از جمله‌های نادرست مثال نقضی می‌آوریم که آن را رد کند. برای جمله اول به عنوان مثال  $A = \sqrt{2}$  و  $B = \sqrt{8}$  که هر دو عضو  $Q'$  هستند اما  $\sqrt{A} \times \sqrt{B} = \sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16}$  که  $4 \in Q$  است.

جمله دوم نیز درست نیست چون  $(5 - \sqrt{5}) \in Q'$ ، اما  $\sqrt{5} + 5 - \sqrt{5} = 5$  که  $5 \in Q$  است.

جمله سوم نادرست است چون عدد صفر که گویا است اگر در عددی گنگ ضرب شود صفر شده و گویا می‌شود پس هیچ کدام از جمله‌ها درست نیست.

۸۵. تعداد عضوهای کدام گزینه از بقیه کمتر است؟

- (۱)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -1,5 \leq x \leq 5\}$       (۲)  $\{x \in \mathbb{Q} \mid -1,5 \leq x \leq 5\}$       (۳)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid -1,5 \leq x \leq 5\}$       (۴)  $\{x \in \mathbb{N} \mid -1,5 \leq x \leq 5\}$

پاسخ: گزینه ۴ چون عددهای طبیعی فقط در این مجموعه هستند؛ پس فقط در این بازه، اعداد  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  قابل قبول هستند. پس کمترین عضو را دارد.

۸۶. عدد  $2\sqrt{3} - 7$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- (۱)  $-10$  و  $-11$       (۲)  $-8$  و  $-9$       (۳)  $-9$  و  $-10$       (۴)  $-4$  و  $-5$

پاسخ: گزینه ۱ با توجه به اینکه مقدار تقریبی  $\sqrt{3}$  برابر با  $1,7$  است می‌توان نوشت:

$$-2\sqrt{3} - 7 = -2(1,7) - 7 = -3,4 - 7 = -10,4$$

بین  $-10$  و  $-11$

روش دوم:

$$2\sqrt{3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16} \Rightarrow 3 < \sqrt{12} < 4 \Rightarrow -4 < -\sqrt{12} < -3$$

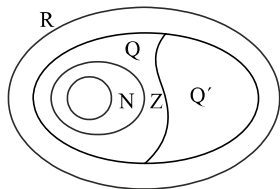
$$\xrightarrow{-7} -4 - 7 < -\sqrt{12} - 7 < -3 - 7$$

$$-11 < -2\sqrt{3} - 7 < -10$$

۸۷. پاسخ کدام گزینه برابر با  $\mathbb{R}$  می‌شود؟

- (۱)  $Q \cap Q'$       (۲)  $Z \cup \mathbb{R}$       (۳)  $Z \cup \mathbb{N}$       (۴)  $\mathbb{N} \cup Q$

پاسخ: گزینه ۲ طبق نمودار ون زیر اجتماع  $\mathbb{R}$  و  $\mathbb{Z}$  همان مجموعه  $\mathbb{R}$  است.



۸۸. عدد  $1 + 2\sqrt{8}$  بین کدام عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- (۱)  $6$  و  $7$       (۲)  $5$  و  $6$       (۳)  $7$  و  $8$       (۴)  $4$  و  $5$

پاسخ: گزینه ۱  $2\sqrt{8}$  برابر است با  $\sqrt{32}$ .  $\sqrt{32}$  عددی بین  $5$  و  $6$  است (بین  $\sqrt{25}$  و  $\sqrt{36}$ ) اما به اضافه یک شده پس بین  $6$  و  $7$  قرار دارد.

۸۹. کدام یک از اعداد زیر گنگ هستند؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$       (۲)  $\frac{5\pi - \pi}{\pi}$       (۳)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       (۴)  $\frac{2}{\sqrt{4}}$

پاسخ: گزینه ۳ تنها گزینه ۳ عددی گنگ است.

۱)  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$  گویا

۲)  $\frac{5\pi - \pi}{\pi} = \frac{4\pi}{\pi} = 4$  گویا

۴)  $\frac{2}{\sqrt{4}} = \frac{2}{2} = 1$  گویا

۹۰. کدام یک از اعداد زیر گنگ هستند؟

$\sqrt{9}$  (۴)       $-6$  (۳)       $\sqrt{16} - \sqrt{100}$  (۲)       $\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{2}}{5}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱ تنها گزینه ۱ عددی گنگ و بقیه گویا هستند.

۹۱. کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

$(1 - \sqrt{2}) \in Q'$  (۴)       $\sqrt{7} \notin R$  (۳)       $\pi \notin Q$  (۲)       $\sqrt{5} \in R$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳ تمامی اعداد عضو اعداد حقیقی هستند پس  $\sqrt{7}$  نیز عضو  $R$  می‌باشد.

۹۲. مجموعه  $A = \{x | x \in Q', 2 \leq x \leq 7\}$  دارای چند عضو است؟

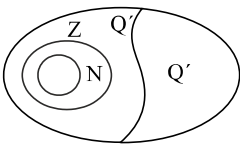
بی‌شمار (۴)      ۵ (۳)      ۶ (۲)      ۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ بی‌شمار عدد گنگ وجود دارد.

۹۳. کدام گزینه زیر نادرست است؟

$N \subseteq Z$  (۴)       $Q \subseteq R$  (۳)       $Z \subseteq Q'$  (۲)       $Q \cap Q' = \emptyset$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲ طبق نمودار ون زیر گزینه ۲ نادرست است.

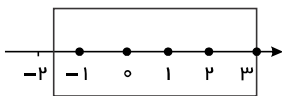


۹۴. کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

$\sqrt{18} \in Q'$  (۴)       $\sqrt{81} \in Q'$  (۳)       $\pi \in Q'$  (۲)       $0 \in Q$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳  $\sqrt{81}$  برابر با عدد ۹ پس عددی گنگ نیست.

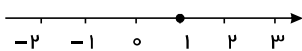
۹۵. زبان نمادین اعداد روی محور زیر کدام است؟



$\{x \in Z | -2 < x < 3\}$  (۲)       $\{x \in N | -2 < x \leq 3\}$  (۱)  
 $\{x \in Z | -2 < x \leq 3\}$  (۴)       $\{x \in Z | -2 \leq x \leq 3\}$  (۳)

پاسخ: گزینه ۴ چون باتوجه به محور اعداد کوچکتر مساوی ۳ و بیشتر از -۲ است پس گزینه ۲ و ۳ غلط است بین گزینه ۱ و ۴ چون ۱ اشاره کرده است که  $x$  عضو اعداد طبیعی است و اعداد روی محور شامل اعداد منفی هم می‌شود. پس گزینه ۴ صحیح است.

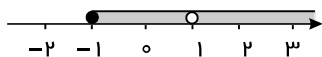
۹۶. زبان نمادین اعداد مشخص شده روی محور کدام است؟



$\{x \in N | x \geq -2\}$  (۲)       $\{x \in Z | -2 \leq x < 1\}$  (۱)  
 $\{x \in Z | x \geq -2\}$  (۴)       $\{x \in N | x < 2\}$  (۳)

پاسخ: گزینه ۳ نقطه مشخص شده روی محور فقط عدد {۱} است پس عدد عضو اعداد طبیعی بوده و کوچکتر از ۲ است.

۹۷. کدام یک از زبان نمادین زیر نمایش درست اعداد زیر روی محور است؟



$\{x \in R | x \geq -1, x \neq 1\}$  (۴)       $\{x \in R | x > 1\}$  (۳)       $\{x \in Z | x \geq -1, x < 1\}$  (۲)       $\{x \in R | x \geq -1\}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴ باتوجه به محور که شامل تمامی اعداد می‌شود  $x$  باید عضو اعداد حقیقی باشد (رد گزینه ۲). باتوجه به توخالی بودن نقطه ۱ و توپر بودن -۱ می‌توان نوشت:

$\{x \in R | x \geq -1, x \neq 1\}$

۹۸. کدام عدد زیر اصم (گنگ) است؟

۱  $\sqrt{121}$

۲ ۳,۱۴

۳ مربع عدد پی

۴  $(\sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{5})$

پاسخ: گزینه ۳ عدد پی عددی گنگ است چون نظم مشخصی برای ادامه ارقامش وجود ندارد.

$\sqrt{121} = 11 \in Q$       $3,14 = \frac{314}{100} \in Q$

اتحاد مزدوج  $= (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

$(\sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{5}) = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2 = 3 - 5 = -2 = \frac{-2}{1} \in Q$

۹۹. کدام یک از جملات زیر درست است؟

۱ عدد  $\sqrt{7} - 5$  بین دو عدد صحیح ۲ و ۳ قرار دارد.

۲  $\pi \notin Q$

۳  $\sqrt{23}$  یک عدد حقیقی نیست.

۴  $R \subset Z$

پاسخ: گزینه ۲ عدد  $\pi$  به مجموعه‌ی اصم یا گنگ تعلق دارد  $\pi \in Q'$  و متعلق به اعداد گویا نیست.  $\pi \notin Q$

بین ۲ و ۳ قرار ندارد  $\Rightarrow \sqrt{7} - 5 = 2,6 - 5 = -2,4$

۱۰۰. کدام یک از اعداد زیر گنگ است؟

۱  $\sqrt{1,69}$

۲  $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$

۳  $\sqrt{3} + 1$

۴  $-\sqrt{2^2} + 1$

پاسخ: گزینه ۳

گویا ۱  $= \sqrt{1,69} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{13}{10}$

گویا ۲  $= \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{4} = 2$

گویا ۴  $= -\sqrt{2^2} + 1 = -2 + 1 = -1$

۱۰۱. اگر  $A = \{x | -1 \leq x < 2\}$  و  $B = \{x | -2 < x \leq 3\}$  باشد، آن‌گاه مجموعه‌ی عضوهای مشترک دو مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  کدام گزینه

است؟

۱  $\{x | -1 \leq x < 2\}$

۲  $\{x | -1 < x < 2\}$

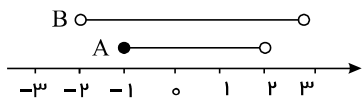
۳  $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$

۴  $\{x | -1 < x \leq 2\}$

پاسخ: گزینه ۱

$\{x | -1 \leq x < 2\}$  = مشترک

مشاهده می‌گردد که چون  $A \subset B$  است، کل  $A$  قسمت مشترک آن‌هاست.



۱۰۲. باتوجه به مجموعه‌ی  $A = \{x | x \in R, x \geq -1\}$  کدام عبارت درست است؟

۱  $A \subseteq Q$

۲  $(2 - \sqrt{3}) \in A$

۳  $A \subseteq W$

۴  $A = \{-1, 0, 1, 2, \dots\}$

پاسخ: گزینه ۲ مجموعه‌ی  $A$  برابر است با تمامی اعداد حقیقی بزرگتر مساوی  $-1$  - حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم.

گزینه‌ی ۱: نادرست است چون مجموعه‌ی  $A$  شامل اعداد گنگ و گویا است و نمی‌تواند زیر مجموعه‌ای از اعداد گویا باشد.

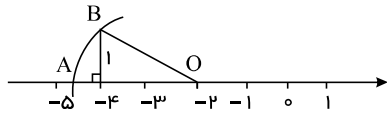
گزینه‌ی ۲: درست  $0 < 2 - \sqrt{3} < 1$

$2 - \sqrt{3}$  عدد گنگی بین صفر و یک است و عضو مجموعه‌ی  $A$  است.

گزینه‌ی ۳: نادرست است. مجموعه‌ی  $A$  نمی‌تواند زیرمجموعه‌ی اعداد حسابی باشد.

گزینه‌ی ۴: نادرست است. فقط اعداد صحیح بزرگتر از  $-1$  را شامل می‌شود.

۱۰۳. در شکل ذیل به مرکز  $O$  کمان  $AB$  را زده ایم، نقطه‌ی  $A$  نمایش چه عددی است؟



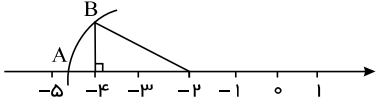
$-3 + \sqrt{2}$  (۴)

$-3 - \sqrt{2}$  (۳)

$-2 + \sqrt{5}$  (۲)

$-2 - \sqrt{5}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱ با اتصال  $O$  به  $B$  یک مثلث قائم الزاویه با اضلاع ۱ و ۲ داریم:



$OB^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5 \rightarrow OB = \sqrt{5}$

$A = -2 - \sqrt{5}$

مبدأ -۲ می‌باشد و کمان  $\sqrt{5}$  هم به سمت منفی است. پس نقطه‌ی  $A$  برابر است با:

۱۰۴. کدام یک از اعداد زیر گنگ است؟

$-\sqrt{2^2} + 1$  (۴)

$\sqrt{3} + 1$  (۳)

$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$  (۲)

$\sqrt{1,69}$  (۱)

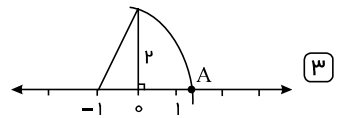
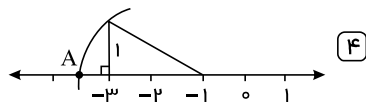
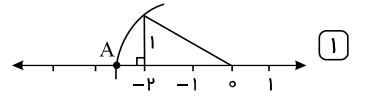
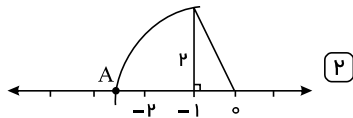
پاسخ: گزینه ۳

گزینه‌ی ۱:  $\sqrt{1,69} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{13}{10} \in Q$

گزینه‌ی ۲:  $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{4} = 2 \in Q$

گزینه‌ی ۴:  $-\sqrt{2^2} + 1 = -2 + 1 = -2 + 1 - 1 \in Q$

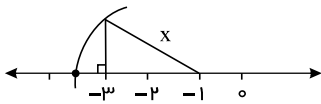
۱۰۵. در کدام یک از شکل‌های زیر، نقطه‌ی  $A$  عدد  $1 - \sqrt{5}$  را نمایش می‌دهد؟



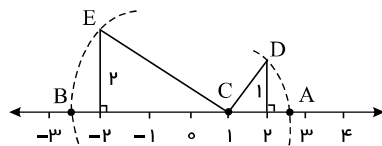
پاسخ: گزینه ۴ وتر مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائم ۱ و ۲ برابر با  $\sqrt{5}$  می‌باشد.

طبق فیثاغورس  $x^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5 \Rightarrow x = \sqrt{5}$

چون کمان به سمت منفی زده شده پس  $1 - \sqrt{5}$  است، هم‌چنین مبدأ -۱ می‌باشد، پس:  $A = -1 - \sqrt{5}$



۱۰۶. در شکل زیر طول پاره خط  $AB$  کدام است؟



$-\sqrt{13}$  (۴)

$\sqrt{13}$  (۳)

$-\sqrt{2}$  (۲)

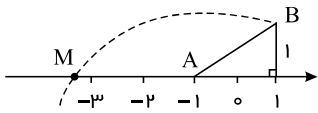
$-\sqrt{13}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳

شعاع‌ها برابرند  $CD^2 = 1^2 + 1^2 \rightarrow CD^2 = 1 + 1 = 2 \rightarrow CD = \sqrt{2} \rightarrow CD = CA = \sqrt{2}$

شعاع‌ها برابرند  $CE^2 = 3^2 + 2^2 \rightarrow CE^2 = 9 + 4 = 13 \rightarrow CE = \sqrt{13} \rightarrow CE = CB = \sqrt{13}$

$AB = \sqrt{2} + \sqrt{13}$



۱۰۷. به مرکز A و شعاع AB کمانی زده‌ایم تا محور را در نقطه M قطع کند. نقطه M چه عددی را نمایش می‌دهد؟

$-1 - \sqrt{5}$  (۲)

$\sqrt{5} - 1$  (۱)

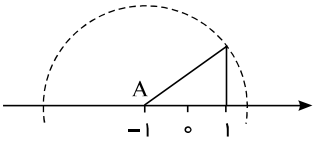
$-3 - \sqrt{5}$  (۴)

$-3 + \sqrt{5}$  (۳)

پاسخ: گزینه ۲ وتر یک مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع قائم ۱ و ۲:

$x^2 = 1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5 \rightarrow x = \sqrt{5}$

که در شکل مقابل این وتر به سمت منفی کمان زده شده و مبدأ آن -۱ می‌باشد، پس  $-1 - \sqrt{5}$  را نشان می‌دهد.



(آذربایجان شرقی - خرداد ۹۵)

۱۰۸. عدد  $-4 + \sqrt{10}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

۲ و ۳ (۴)

۱ و ۲ (۳)

۰ و ۱ (۲)

-۱ و ۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$3 = \sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16} = 4 \Rightarrow -4 + 3 < -4 + \sqrt{10} < -4 + 4$   
 $\Rightarrow -1 < -4 + \sqrt{10} < 0$

(اردبیل - خرداد ۹۵)

۱۰۹. عدد  $1 + \sqrt{48}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

۱۰ و ۹ (۴)

۹ و ۸ (۳)

۸ و ۷ (۲)

۷ و ۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$6 = \sqrt{36} < \sqrt{48} < \sqrt{49} = 7 \Rightarrow 7 < 1 + \sqrt{48} < 8$

۱۱۰. کدام گزینه نادرست است؟ (البرز - خرداد ۹۵)

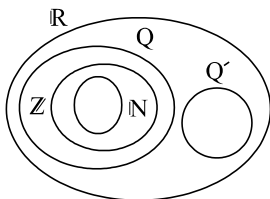
$Q \cap Q' = \emptyset$  (۴)

$Q - Z = N$  (۳)

$Z \cap N = N$  (۲)

$Q \cup Q' = R$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳



باتوجه به نمودار ون روبه‌رو، واضح است که گزینه‌ی ۳ غلط می‌باشد.

راه دوم:  $Q - Z$  شامل اعداد گویا غیر صحیح است که هیچ عضو مشترک با N ندارد.

۱۱۱. کدام یک نادرست است؟ (آذربایجان شرقی - خرداد ۹۵)

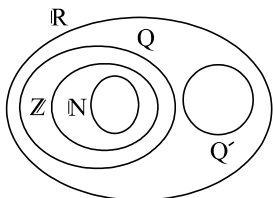
$Q' \cap Z = Q'$  (۴)

$R - Q = Q'$  (۳)

$Z \cup N = Z$  (۲)

$Q \cap Q' = \emptyset$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴ معرف مجموعه اعداد گویا و  $Q'$  معرف مجموعه اعداد گنگ است.  $R$  نیز معرف مجموعه‌ی اعداد حقیقی است. طبق نمودار ون داریم:



$$\begin{cases} Q \cup Q' = R \\ Q \cap Q' = \emptyset \\ R - Q = Q' \\ Z \cup N = Z \\ Q' \cap Z = \emptyset \end{cases}$$

۱۱۲. کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟ (آذربایجان غربی - خرداد ۹۵)

$Q' \cap Z = Q'$  (۴)

$R - Q' = Q$  (۳)

$\frac{0}{6} \notin R$  (۲)

$Q \cup Q' = \emptyset$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳

گزینه ۱:  $Q \cup Q' = R$

گزینه ۲:  $\frac{0}{6} = 0 \in R$

گزینه ۴:  $Q' \cap Z = \emptyset$

۱۱۳. حاصل  $(R - Q') \cap Z$  کدام است: (اهواز - خرداد ۹۵)

$R$  (۴)

$Q'$  (۳)

$Q$  (۲)

$Z$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$R - Q' = Q \Rightarrow Q \cap Z = Z$

۱۱۴. کدام یک نادرست است؟ (آذربایجان شرقی - خرداد ۹۵)

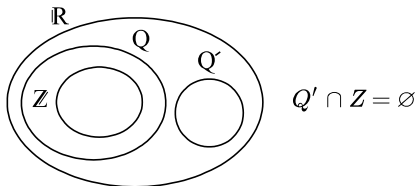
$Q' \cap Z = Q'$  (۴)

$R - Q = Q'$  (۳)

$Z \cup N = Z$  (۲)

$Q \cap Q' = \emptyset$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴



۱۱۵. کدام یک از احکام زیر نادرست است؟ (مهریز - دی ۹۴)

$Q \cap Q' = R$  (۴)

$Q \subseteq R$  (۳)

$W - \{0\} = N$  (۲)

$Z \cup N = Z$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴ اعداد گویا و اعداد گنگ هیچ اشتراکی با هم ندارند.  $Q \cap Q' = \emptyset$

۱۱۶. کدام گزینه با گزینههای دیگر برابر نیست؟ (ثلث باباجانی - دی ۹۴)

$Z - Q$  (۴)

$W - N$  (۳)

$N - Q$  (۲)

$W - Z$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم:  $N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q$

گزینه ۱:  $W - Z = \{\}$

گزینه ۲:  $N - Q = \{\}$

گزینه ۳:  $W - N = \{0\}$

گزینه ۴:  $Z - Q = \{\}$

۱۱۷. نماد مناسب برای جای خالی کدام است؟ (تهران - امام حسن عسگری - دی ۹۴)

$Q \square R$

$\not\subseteq$  (۴)

$\notin$  (۳)

$\in$  (۲)

$\subseteq$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱ اعداد گویا، زیرمجموعه‌ی اعداد حقیقی هستند.

۱۱۸. کدام عدد گنگ نیست؟ (اصفهان - مظهری - دی ۹۴)

$۴,۵۴۵۴۵۴ \dots$  (۴)

$۱,۲۵۴۱۰۱۲۵ \dots$  (۳)

$\pi$  (۲)

$\sqrt{۳۲}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴ چون دارای تناوب است.

۱۱۹. در کدام گزینه، رابطه‌ی بین مجموعه‌ها نادرست است؟

$Z - Q \subseteq \emptyset$  (۴)

$Q - Q' \subseteq \emptyset$  (۳)

$W - N \subseteq Z$  (۲)

$Z - W \subseteq Z - N$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳ نشان‌دهنده‌ی اعداد گویا و  $Q'$  نشان‌دهنده اعداد گنگ است و اعداد گویا با اعداد گنگ هیچ عضو مشترکی ندارند. پس:  $Q - Q' = Q$

۱۲۰. کدام یک از اعداد زیر گویا نیست؟

$$\sqrt{\sqrt{81}} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{64} - \sqrt{25}}{\sqrt{144}} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{8}}{3} \quad (3)$$

$$2\sqrt{9} - 1 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$\text{گزینه ۱: } \sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt{9} = \frac{3}{1} \in Q$$

$$\text{گزینه ۲: } \frac{\sqrt{64} - \sqrt{25}}{\sqrt{144}} = \frac{8 - 5}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \in Q$$

$$\text{گزینه ۴: } 2\sqrt{9} - 1 = (2 \times 3) - 1 = \frac{5}{1} \in Q$$

$$\text{گزینه ۳: } \frac{\sqrt{8}}{3} \notin Q \quad \frac{\sqrt{8}}{3} \in Q'$$

 $\sqrt{8}$  جذر دقیق ندارد پس به مجموعه‌ی اصم یا گنگ تعلق دارد.

۱۲۱. کدام عدد زیر گنگ است؟

$$\sqrt{169} \quad (1)$$

$$\sqrt{36+9} \quad (2)$$

$$\sqrt{\sqrt{81}} \quad (3)$$

$$\sqrt{121} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{گنگ است } \sqrt{45} = \sqrt{36+9} \quad \text{گزینه ۲ گویاست } \sqrt{169} = 13 \quad \text{گزینه ۱}$$

$$\sqrt{121} = 11 \quad \text{گزینه ۴ گویاست } \sqrt{9} = 3 \quad \text{گزینه ۳}$$

۱۲۲. به ازای کدام یک از مقادیر زیر، عبارت  $\sqrt{2a+1}$  عدد گنگ است؟

$$a = 4 \quad (1)$$

$$a = 2 \quad (2)$$

$$a = 0 \quad (3)$$

$$a = 12 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{گویا است } a = 4 \Rightarrow \sqrt{2a+1} = \sqrt{9} = 3 \quad \text{گزینه ۱}$$

$$\text{گنگ است } a = 2 \Rightarrow \sqrt{2a+1} = \sqrt{5} \quad \text{گزینه ۲}$$

$$\text{گویا است } a = 0 \Rightarrow \sqrt{2a+1} = \sqrt{1} = 1 \quad \text{گزینه ۳}$$

$$\text{گویا است } a = 12 \Rightarrow \sqrt{2a+1} = \sqrt{25} = 5 \quad \text{گزینه ۴}$$

۱۲۳. کدام جمله درست نیست؟

$$(1) \text{ حاصل جمع دو عدد گویا همواره عددی گویاست.}$$

$$(2) \text{ حاصل ضرب هر عدد گویا در هر عدد گنگ همواره عددی گنگ است.}$$

$$(3) \text{ حاصل جمع دو عدد گنگ می‌تواند عددی گویا باشد.}$$

$$(4) \text{ جذر یک عدد گویا می‌تواند عددی گویا باشد.}$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{گویا } 0 = \text{عدد گنگ} \times \text{گویا}$$

۱۲۴. کدام یک از گزینه‌های زیر را به جای نقطه‌چین قرار دهیم که جمله زیر صحیح باشد؟ هر نقطه از محور اعداد متناظر یک عدد از مجموعه‌ی ..... است.

$$N \quad (1)$$

$$Q \quad (2)$$

$$Z \quad (3)$$

$$R \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴ هر نقطه از محور اعداد متناظر یک عدد از مجموعه‌ی اعداد حقیقی است که شامل اعداد طبیعی و اعداد صحیح و اعداد گویا و اعداد گنگ است.

۱۲۵. چند تا از جملات زیر همواره صحیح می‌باشد؟

$$(1) \text{ مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. (۲) هر عدد حقیقی، عددی گویا است.}$$

$$(3) \text{ حاصل ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. (۴) بین دو کسر } \frac{1}{2} \text{ و } \frac{1}{3} \text{ بی‌شمار عدد گنگ وجود دارد.}$$

$$4 \quad (1)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

۱) غلط است  $(1 - \sqrt{2}) + (1 + \sqrt{2}) = 2 \in \mathbb{Q}$

۲) غلط است هر عدد گویا، عددی حقیقی است  $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

۳) غلط است  $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4 \in \mathbb{Q}$

۴) بین هر دو عدد حقیقی بی شمار عدد گویا / گنگ / حقیقی وجود دارد

۱۲۶. به ازای چند مقدار طبیعی  $n$  حاصل  $\frac{\sqrt{5-n}}{n^2 - 3n + 2}$  عدد حقیقی است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ نکته: اعداد منفی نمی توانند زیر رادیکال با فرجه زوج قرار بگیرند.

پس در این سؤال:  $0 \leq 5 - n \leq 5$  لذا:  $n \leq 5$

در نتیجه:  $n = 1, 2, 3, 4, 5$

همچنین ریشه های مخرج را نیز باید کم کنیم:

ریشه های مخرج ۱ و ۲:

$$n^2 - 3n + 2 = 0 \Rightarrow (n - 1)(n - 2) = 0$$

پس  $n$  فقط می تواند مقدارهای ۵ و ۴ و ۳ را داشته باشد تا حاصل یک عدد حقیقی باشد.

۱۲۷. اگر  $a = \frac{24}{19} + \frac{25}{21} + \frac{29}{23}$  باشد، آنگاه حاصل عبارت  $=? \frac{5}{19} + \frac{4}{21} + \frac{6}{23}$  به صورت جبری کدام گزینه است؟

$a - 4$  (۴)

$a - 3$  (۳)

$a - 2$  (۲)

$a + 1$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳ کسرهای بزرگ تر از واحد را به صورت عدد مخلوط نمایش می دهیم:

$$\frac{24}{19} + \frac{25}{21} + \frac{29}{23} = a$$

$$\Rightarrow 1\frac{5}{19} + 1\frac{4}{21} + 1\frac{6}{23} = a$$

$$\Rightarrow (1 + 1 + 1) + \left(\frac{5}{19} + \frac{4}{21} + \frac{6}{23}\right) = a$$

$$\Rightarrow \frac{5}{19} + \frac{4}{21} + \frac{6}{23} = a - 3$$

۱۲۸. عدد  $3 + \sqrt{8}$  به کدام یک از مجموعه های زیر تعلق دارد؟

$A = \{x | x \in \mathbb{R}, 3 \leq x < 3\sqrt{8}\}$  (۲)

$A = \{x | x \in \mathbb{Q}, 3 \leq x < 3\sqrt{8}\}$  (۱)

$A = \{x | x \in \mathbb{R}, \sqrt{8} \leq x \leq 3\}$  (۴)

$A = \{x | x \in \mathbb{Q}, 3 \leq x < \sqrt{8}\}$  (۳)

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا باتوجه به مقدار  $\sqrt{8}$  بازه مربوط به  $3 + \sqrt{8}$  را مشخص می کنیم:

$$2 < \sqrt{8} < 3$$

$$\Rightarrow 5 < 3 + \sqrt{8} < 6$$

بررسی گزینه ها:

گزینه ۱:  $3 + \sqrt{8}$  عضو این مجموعه نیست، چون این عدد گنگ است ولی اعضای این مجموعه اعداد گویا هستند.

گزینه ۲:  $3 + \sqrt{8}$  عضو این مجموعه است، زیرا اعضای این مجموعه تمامی اعداد حقیقی  $3 \leq x \leq 3\sqrt{8}$  است.

گزینه ۳ و ۴: به طور واضح  $3 + \sqrt{8}$  عضو این مجموعه ها نیست.

۱۲۹. کدام یک از اعداد زیر بین  $\sqrt[3]{753}$  و  $\sqrt[3]{754}$  قرار ندارد؟

$\sqrt[3]{754}$  (۴)

$\sqrt[3]{753}$  (۳)

$\sqrt[3]{754}$  (۲)

$\sqrt[3]{753}$  (۱)



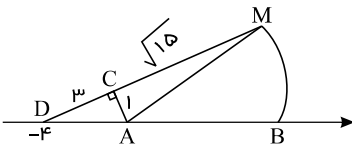
پاسخ: گزینه ۳ ابتدا چند رقم را باتوجه به دوره گردش اعداد اعشاری متناوب اضافه می کنیم:

$$\begin{aligned} \overline{0,753} &= 0,7535353\dots \\ \overline{0,754} &= 0,754754754\dots \end{aligned}$$

بررسی گزینه ها:

$\overline{0,753} = 0,753753753\dots$	گزینه ۱: بین دو عدد قرار دارد.
$\overline{0,754} = 0,7545454\dots$	گزینه ۲: بین دو عدد قرار دارد.
$\overline{0,753} = 0,7533333\dots$	گزینه ۳: بین دو عدد قرار ندارد.
$\overline{0,754} = 0,754444444\dots$	گزینه ۴: بین دو عدد قرار دارد.

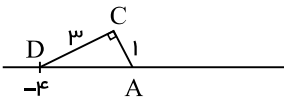
۱۳۰. در شکل زیر به مرکز  $A$  و شعاع  $AM$  کمانی زده ایم تا محور را در نقطه  $B$  قطع کند. نقطه  $B$  چه عددی را نشان می دهد؟  $(CM = \sqrt{15})$  و  $(CD = 3)$



$$\begin{aligned} &A \\ &+ \sqrt{10} \quad \text{[۲]} \\ &\sqrt{10} \\ &+ \sqrt{15} \quad \text{[۴]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &-4 \\ &+ \sqrt{10} \quad \text{[۱]} \\ &\sqrt{10} \quad \text{[۳]} \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا باتوجه به شکل زیر محل قرار گرفتن نقطه  $A$  را به دست می آوریم.



مثلث  $ADC$  قائم الزاویه است، پس بنا بر رابطه فیثاغورس داریم:

$$\overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2$$

$$1^2 + 3^2 = \overline{AD}^2 \Rightarrow \overline{AD}^2 = 10 \Rightarrow \overline{AD} = \sqrt{10}$$

پس نقطه  $A$  در  $-4 + \sqrt{10}$  قرار گرفته است. حال اندازه وتر  $\overline{AM}$  را در مثلث قائم الزاویه  $ACM$  به دست می آوریم.

$$\overline{AC}^2 + \overline{CM}^2 = \overline{AM}^2 \Rightarrow 1^2 + \sqrt{15}^2 = \overline{AM}^2 \Rightarrow \overline{AM}^2 = 16 \Rightarrow \overline{AM} = 4$$

حال باتوجه به اینکه  $AM = AB$ ، برای به دست آوردن نقطه  $B$  کافیت، از نقطه  $A$  چهار واحد به جلوتر برویم.

$$-4 + \sqrt{10} + 4 = \sqrt{10}$$

۱۳۱. اگر  $a$  عددی گنگ و  $b$  عددی گویا باشد، کدام عبارت زیر حتماً درست است؟

$$ba^2 \in Q' \quad \text{[۴]} \quad ab^2 \in Q' \quad \text{[۳]} \quad \frac{b}{a} \in Q' \quad \text{[۲]} \quad a + b \in Q' \quad \text{[۱]}$$

پاسخ: گزینه ۱ حاصل جمع عددی گنگ با عددی گویا، همواره عددی گنگ است:

$$a + b \in Q'$$

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۲: مثال نقض  $a = \sqrt{2}$  و  $b = 0$ : آنگاه:  $\frac{0}{\sqrt{2}} \notin Q'$

گزینه ۳: مثال نقض  $a = \sqrt{2}$  و  $b = 0$ : آنگاه:  $0^2 \times \sqrt{2} \notin Q'$

گزینه ۴:  $a = \sqrt{2}$  و  $b = 0$ : آنگاه:  $0 \times \sqrt{2} \notin Q'$

۱۳۲. اگر  $a$  و  $b$  دو عدد گویا باشند و  $\frac{a - \sqrt{2}}{\sqrt{2} + b} = \frac{\sqrt{2}}{3}$ ، حاصل  $ab$  کدام است؟

$$-2 \quad \text{[۱]} \quad 2 \quad \text{[۲]} \quad -3 \quad \text{[۳]} \quad 3 \quad \text{[۴]}$$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{a - \sqrt{2}}{\sqrt{2} + b} = \frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow 2 + b\sqrt{2} = 3a - 3\sqrt{2}$$

برای آنکه تساوی برقرار باشد باید  $3a = 2$  و  $b\sqrt{2} = -3\sqrt{2}$  باشد.

$$\left. \begin{aligned} 3a = 2 &\Rightarrow a = \frac{2}{3} \\ b\sqrt{2} = -3\sqrt{2} &\Rightarrow b = \frac{-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow b = -3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow ab = \frac{2}{3}(-3) = -2$$

۱۳۳. مجموعه  $A = \{x | x \in \mathbb{R}, \sqrt{x^2} + x = 0\}$ ، با کدامیک از مجموعه‌های زیر هم ارز است؟

- ۱  $\{x | x \in \mathbb{R}, x^2 = x\}$    
 ۲  $\{x | x \in \mathbb{R}, x^2 = x\}$    
 ۳  $\{x | x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 0\}$    
 ۴  $\{x | x \in \mathbb{R}, x \leq 0\}$

پاسخ: گزینه ۴ می‌دانیم  $|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x \leq 0 \end{cases}$  لذا:

$$A = \{x | x \in \mathbb{R}, |x| + x = 0\} \Rightarrow A = \{x | x \in \mathbb{R}, |x| = -x\} \Rightarrow A = \{x | x \in \mathbb{R}, x \leq 0\}$$

۱۳۴. در صورتی که  $4a + 3b + 2c + d = 4$  و  $4a = 3b = 2c = d$  باشد حاصل  $a + b + c + d$  برابر است با:

- ۱ ۳   
 ۲  $\frac{5}{2}$    
 ۳ ۲   
 ۴  $\frac{25}{12}$

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{cases} 4a = 3b = 2c = d \\ 4a + 3b + 2c + d = d + d + d + d = 4d = 4 \Rightarrow d = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4} \\ 3b = 1 \Rightarrow b = \frac{1}{3} \Rightarrow a + b + c + d = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1 = \frac{25}{12} \\ 2c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{2} \end{cases}$$

۱۳۵. کدامیک از اعداد زیر، عددی گویا بین  $\sqrt{2}$  و  $\sqrt{3}$  می‌باشد؟

- ۱  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$    
 ۲  $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{2}$    
 ۳ ۱٫۵   
 ۴ ۱٫۸

پاسخ: گزینه ۳ نکته: میانگین دو عدد  $x$  و  $y$  (یعنی  $\frac{x+y}{2}$ ) عددی است که بین آن دو قرار دارد. پس:

$$x \leq \frac{x+y}{2} \leq y : x < y \Rightarrow \sqrt{2} < \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2} < \sqrt{3}$$

اما این عدد گویا نیست از طرفی:  $\sqrt{2} \approx 1,4$  و  $1,5$  گویا است.  $\sqrt{3} \approx 1,7 \Rightarrow \sqrt{2} < 1,5 < \sqrt{3}$

۱۳۶. با توجه به مجموعه  $A = \{x | x \in \mathbb{N}, -10 \leq x < 10\}$  چند تا از عبارات زیر درست است؟

۱  $A \subseteq Q$

۲  $A \subseteq \mathbb{N}$

۳  $\sqrt{3} \notin A$

۴  $A = \{-10, -9, \dots, 9\}$

- ۱ ۴   
 ۲ ۳   
 ۳ ۲   
 ۴ ۱

پاسخ: گزینه ۲

$$A = \{x | x \in \mathbb{N}, -10 \leq x < 10\} = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$A \subseteq Q, A \subseteq \mathbb{N}, \sqrt{3} \notin A$$

سه مورد از عبارات درست است.

۱۳۷. کدام گزینه درست نیست؟

$\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{N}$  (۴)

$\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$  (۳)

$\mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z}$  (۲)

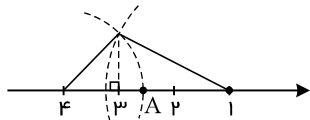
$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴ همه گزینه‌ها درست هستند، جز گزینه ۴:  $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q}$  می‌دانیم:

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$



۱۳۸. در شکل مقابل نقطه A چه عددی را نشان می‌دهد؟

$4 - \sqrt{2}$  (۲)

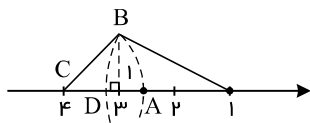
$4 + \sqrt{2}$  (۱)

$1 - \sqrt{5}$  (۴)

$1 + \sqrt{5}$  (۳)

پاسخ: گزینه ۲

با توجه به شکل مقابل و قضیه فیثاغورس در  $BCD$  ابتدا طول  $BC$  را محاسبه می‌کنیم

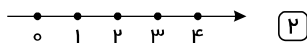


$BC^2 = 1^2 + 1^2 \rightarrow BC = \sqrt{2}$

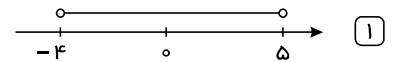
پس اندازه کمان  $CA$  برابر  $\sqrt{2}$  است و:

نقطه A:  $4 - \sqrt{2}$

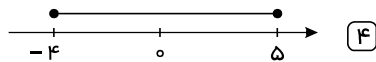
۱۳۹. نمودار مجموعه  $A = \{x | x \in \mathbb{N}, -4 < x < 5\}$  کدام است؟



(۲)



(۱)

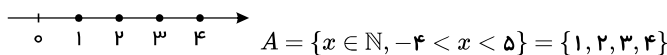


(۴)



(۳)

پاسخ: گزینه ۳ توجه کنید که  $x \in \mathbb{N}$ : یعنی اعداد طبیعی است.



$A = \{x \in \mathbb{N}, -4 < x < 5\} = \{1, 2, 3, 4\}$

۱۴۰. تعداد عضوهای کدام یک از مجموعه‌های زیر از بقیه کم‌تر است؟

$B = \{x | x \in \mathbb{R}, 1 < x < 3\}$  (۲)

$A = \{x | x \in \mathbb{N}, -10 \leq x \leq 10\}$  (۱)

$D = \{x | x \in \mathbb{W}, -10 \leq x \leq 10\}$  (۴)

$C = \{x | x \in \mathbb{Q}, 1 < x < 2\}$  (۳)

پاسخ: گزینه ۱

$A = \{x | x \in \mathbb{N}, -10 \leq x \leq 10\} = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

مجموعه  $B$  و  $C$  بی‌شمار عضو دارند.

$A = \{x | x \in \mathbb{W}, -10 \leq x \leq 10\} = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$

مجموعه  $A$  تعداد عضو کم‌تری دارد.

۱۴۱. اگر  $a$  و  $b$  دو عدد گنگ متمایز و  $c$  یک عدد گویا مخالف صفر باشد، چه تعداد از عبارات زیر درست است؟  
 الف)  $a + c$  الزاماً گنگ است.

ب)  $\frac{b}{a}$  الزاماً گنگ است.

پ)  $\frac{a+b}{ab}$  می تواند گویا باشد.

ت)  $ac + bc$  همواره گنگ است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ الف و ب همواره درست اند. در مورد پ اگر  $a = \sqrt{5}$  و  $b = -\sqrt{5}$  باشد، پ نیز درست است. اما گزینه ت نادرست است:

$$a = \sqrt{2}, b = -\sqrt{2}, c = 1 \rightarrow ac + bc = 0$$

۱۴۲. اگر  $A = \frac{7 \times \square}{130}$  و  $B = \frac{3 \times \square}{70}$  دو عدد اعشاری مختوم باشند، کوچکترین مقداری که برای  $A + B$  می توان یافت، چه قدر است؟

$\frac{13}{7}$  (۴)

۱ (۳)

$\frac{7}{10}$  (۲)

$\frac{6}{20}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳ برای آنکه کسری مختوم باشد، باید پس از ساده کردن عامل های مشترک در صورت و مخرج، تنها عامل ۲ و ۵ در مخرج باقی بماند.

$$A = \frac{7 \times \square}{2 \times 5 \times 13}, B = \frac{3 \times \square}{7 \times 2 \times 5}$$

پس باید  $\square$  در  $A$  مضرب ۱۳ و در  $B$  مضرب ۷ باشد. برای آنکه حاصل  $A + B$  کوچکترین مقدار ممکن شود، باید  $\square$  را کوچکترین مقدار ممکن (کوچک ترین مضرب) بگذاریم.

$$\square = 7 \times 1 = 7$$

$$\square = 13 \times 1 = 13$$

$$A = \frac{7 \times 13}{2 \times 5 \times 13} = \frac{7}{10} = 0.7, B = \frac{3 \times 7}{2 \times 5 \times 7} = \frac{3}{10} = 0.3 \rightarrow A + B = 1$$

۱۴۳. اگر  $a > 0$  و  $b < 0$  باشد، کدام گزینه درست است؟

$|a^3||b^2| = -a^3b^2$  (۱)

$|a| - |b| = a - b$  (۲)

$|a^3||b^2| - |a^2||b^3| = a^3b^2 + a^2b^3$  (۴)

$\frac{|a|}{2|b|} = \frac{a}{2b}$  (۳)

پاسخ: گزینه ۴ پاسخ صحیح سه گزینه دیگر به صورت زیر است:

گزینه ۱:  $|a^3||b^2| = a^3b^2$

گزینه ۲:  $|a| - |b| = a + b$

گزینه ۳:  $\frac{|a|}{2|b|} = \frac{-a}{2b}$

۱۴۴. اگر  $a$  و  $b$  اعداد گنگ و  $c$  عددی گویا باشد، چه تعداد از گزینه های زیر درست است؟

الف)  $a \times c$  گویاست. ب)  $a + b$  گنگ است. پ)  $\sqrt{c}$  گنگ است.

ج)  $\frac{1}{a^2}$  گویاست. ه)  $a + c$  گنگ است. ی)  $(a - b)(a + b)$  گویاست.

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ با مثال های عددی بررسی می کنیم.

الف)

$\times$  گویا  $a \times c = 2\sqrt{2} \leftarrow c = 2, a = \sqrt{2}$

ب)

$\times$  گنگ  $a + b = 0 \leftarrow b = -\sqrt{2}, a = \sqrt{2}$

پ)

$\times$  گنگ  $\sqrt{c} = 1 \leftarrow c = 1$

ی)

تفاضل دو عدد گویا عددی گویاست.  $\sqrt{(a-b)(a+b)} = a^2 - b^2$

(ج) صحیح است، زیرا هر عدد گنگ با به توان ۲ رسیدن گویا می‌شود و معکوس هر عدد گویا، همچنان گویا است. (ه) صحیح است، زیرا مجموع یک عدد گنگ و یک عدد گویا همچنان گنگ باقی می‌ماند.

۱۴۵. عدد  $1 + \sqrt{8}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- ۱) ۲ و ۱      ۲) ۳ و ۲      ۳) ۴ و ۳      ۴) ۵ و ۴

پاسخ: گزینه ۳

$$\sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9} \Rightarrow 2 < \sqrt{8} < 3 \Rightarrow 3 < 1 + \sqrt{8} < 4$$

۱۴۶. عدد حقیقی  $-1 - \sqrt{2}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- ۱) -۲ و -۱      ۲) -۳ و -۴      ۳) ۰ و -۱      ۴) -۳ و -۲

پاسخ: گزینه ۴ اگر طرفین یک نامعادله در عددی منفی ضرب شود جهت نامساوی عوض می‌شود.

$$1 = \sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4} = 2$$

$$-2 < -\sqrt{2} < -1$$

$$-3 < -1 - \sqrt{2} < -2$$

۱۴۷. عدد  $-2 + \frac{y}{\sqrt{y}}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- ۱) -۲ و -۱      ۲) ۲ و ۱      ۳) ۱ و ۰      ۴) -۱ و ۰

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{y}{\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{49}{y}} = \sqrt{y}$$

$$\sqrt{4} < \sqrt{y} < \sqrt{9} \Rightarrow 2 < \sqrt{y} < 3 \xrightarrow{-2} 2 - 2 < -2 + \sqrt{y} < 3 - 2$$

$$0 < -2 + \frac{y}{\sqrt{y}} < 1$$

۱۴۸. اگر  $a > 0$  و  $b < 0$ ، حاصل  $|a-b|$  کدام است؟

- ۱)  $-a-b$       ۲)  $a+b$       ۳)  $b-a$       ۴)  $a-b$

پاسخ: گزینه ۴

$$a > 0, b < 0 \Rightarrow a - b > 0 \Rightarrow |a - b| = a - b$$

۱۴۹. حاصل عبارت  $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{3}$  یک عدد ..... است.

- ۱) اصم      ۲) مرکب      ۳) اول      ۴) منفی

پاسخ: گزینه ۳ نکته:  $\sqrt{a^2}$  برابر است با  $|a|$  (علامت  $|a|$  یعنی  $a$  با مقدار مثبت)

می‌دانیم  $\sqrt{3}$  از ۲ کم‌تر است پس  $\sqrt{3} - 2$  منفی بوده و مقدار مثبت آن قرینه‌ی آن می‌شود یعنی  $2 - \sqrt{3}$ . پس داریم:

$$\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{3} = |\sqrt{3}-2| + \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2$$

۱۵۰. اگر  $\sqrt{a^2} = -a$  باشد، کدام گزینه درست است؟

- ۱)  $a < 1$       ۲)  $a \leq 0$       ۳)  $a \geq 0$       ۴)  $a > -1$

پاسخ: گزینه ۲ چون  $\sqrt{a^2} = |a| = -a$  پس  $a$  باید کوچکتر مساوی صفر باشد.

۱۵۱. اگر  $0 < x < y$  و  $|y| > |x|$  آنگاه حاصل  $|x+y| + |x| + |y|$  برابر است با:

- ۱)  $-2y$       ۲)  $-2x$       ۳)  $2x$       ۴)  $2y$

پاسخ: گزینه ۴ باتوجه به فرض سؤال که  $0 < y < 0$  و  $x < 0$  و همچنین  $|y| > |x|$  پس  $y$  مثبت و  $x$  منفی است و چون  $y$  از  $x$  بزرگتر است پس  $x + y$  مثبت است.

$$|x + y| + |x| + |y| = x + y - x + y = 2y$$

۱۵۲. حاصل عبارت  $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{2})^2}$  کدام است؟

۱ -  $\sqrt{2}$  (۴)

۳ +  $2\sqrt{2}$  (۳)

۳ -  $2\sqrt{2}$  (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned} \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} &= |1 - \sqrt{2}| \xrightarrow{\sqrt{2} > 1} \sqrt{2} - 1 \\ \sqrt{(2 - \sqrt{2})^2} &= |2 - \sqrt{2}| \xrightarrow{\sqrt{2} < 2} 2 - \sqrt{2} \end{aligned} \Rightarrow -1 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 1$$

۱۵۳. اگر  $a < 0$  حاصل عبارت  $\sqrt{(-a + 1)^2} - \sqrt{(a - 1)^2}$  برابر است با:

-۲ (۴)

۰ (۳)

-۲a + ۲ (۲)

-۲a (۱)

پاسخ: گزینه ۳ طبق فرض سوال  $a$  عددی منفی است ( $a < 0$ ) و می‌دانیم که عبارت زیر رادیکال به توان ۲ برابر با قدر مطلق آن عبارت است. پس عبارت  $-a + 1$  مثبت و  $a - 1$  منفی است.

$$\sqrt{(-a + 1)^2} - \sqrt{(a - 1)^2} = |-a + 1| - |a - 1| = -a + 1 - (-a + 1) = -a + 1 + a - 1 = 0$$

۱۵۴. اگر  $2 < x < 3$  حاصل عبارت  $\sqrt{(x - 3)^2} + |5 - x| - |2x - 1|$  کدام است؟

-۲x - ۱ (۴)

۲x - ۱ (۳)

۹ - ۴x (۲)

۴x - ۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ چون  $x$  کوچکتر از ۳ و بزرگتر از ۲ است عبارت  $x - 3$  منفی و بقیه‌ی عبارات مثبت هستند.

$$|x - 3| + |5 - x| - |2x - 1| = -x + 3 + 5 - x - 2x + 1 = -4x + 9$$

۱۵۵. حاصل عبارت  $|2 - \sqrt{3}| - \sqrt{3}|1 - \sqrt{3}|$  برابر است با:

۵ -  $2\sqrt{3}$  (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲  $\sqrt{3} < 2 < \sqrt{3}$  پس عبارت  $|2 - \sqrt{3}|$  مثبت اما  $\sqrt{3} > 1$  پس عبارت  $|1 - \sqrt{3}|$  منفی است. پس:

$$|2 - \sqrt{3}| - \sqrt{3}|1 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3} - \sqrt{3}(-1 + \sqrt{3}) = 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} - 3 = -1$$

۱۵۶. حاصل عبارت  $|4 - \sqrt{20}| - 2\sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2}$  برابر کدام گزینه است؟

$4\sqrt{5} - 10$  (۴)

$2\sqrt{5} - 2$  (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ چون  $\sqrt{20}$  بزرگتر از ۴ است، پس عبارت  $|4 - \sqrt{20}|$  منفی و چون  $\sqrt{5}$  کوچکتر از ۳ است  $|\sqrt{5} - 3|$  منفی است. پس:

$$\begin{aligned} |4 - \sqrt{20}| - 2|\sqrt{5} - 3| &= -4 + \sqrt{20} - 2(-\sqrt{5} + 3) \\ &= -4 + \sqrt{20} + 2\sqrt{5} - 6 = -4 + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 6 = +4\sqrt{5} - 10 \end{aligned}$$

۱۵۷. حاصل عبارت  $|0.04^5 + (-0.04^7)|$  کدام است؟

$0.04^5 - 0.04^7$  (۴)

$0.04^5 + 0.04^7$  (۳)

$-0.04^5 - 0.04^7$  (۲)

$-0.04^5 + 0.04^7$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا عبارت را به صورت  $|0.04^5 - 0.04^7|$  می‌نویسیم.

چون  $0.04^5 = \left(\frac{4}{100}\right)^5$  بزرگتر از  $0.04^7 = \left(\frac{4}{100}\right)^7$  پس عبارت مثبت بوده و به صورت  $0.04^5 - 0.04^7$  در می‌آید.

۱۵۸. اگر حاصل ضرب  $a, b$  مثبت و مجموع آن‌ها عددی منفی باشد کدام گزینه زیر صحیح است؟

$|ab(a + b)| = a^2b + ab^2$  (۴)

$|a + b| = -a - b$  (۳)

$|a + b| = -a + b$  (۲)

$|ab(a + b)| = -a^2b + ab^2$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳ طبق فرض سوال  $a + b < 0$  و  $ab > 0$  پس هر دو عدد منفی هستند پس باتوجه به این‌که مجموع آن‌ها عددی منفی است قدر مطلق جمع آن‌ها در یک منفی ضرب می‌شود:

$$|a + b| = -(a + b) = -a - b$$

۱۵۹. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$|\sqrt{2} - \sqrt{3}| - |\sqrt{3} - 1| - |-\sqrt{2}| =$$

۱  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$        ۲  $-\sqrt{2} - \sqrt{3}$        ۳  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$        ۴  $1 - 2\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۴

$$\underbrace{|\sqrt{2} - \sqrt{3}|}_{\text{منفی}} - \underbrace{|\sqrt{3} - 1|}_{\text{مثبت}} - \underbrace{|-\sqrt{2}|}_{\text{منفی}} = -\sqrt{2} + \sqrt{3} - (\sqrt{3} - 1) - \sqrt{2}$$

$$= -\sqrt{2} + \cancel{\sqrt{3}} - \cancel{\sqrt{3}} + 1 - \sqrt{2} = 1 - 2\sqrt{2}$$

۱۶۰. حاصل ضرب مقادیر ممکن برای  $x$  در معادله روبه رو کدام است؟

$$\left|x - \frac{1}{2}\right| = \frac{3}{4}$$

۱  $-\frac{7}{8}$        ۲  $-\frac{1}{4}$        ۳  $-\frac{5}{16}$        ۴  $\frac{5}{16}$

پاسخ: گزینه ۳ عبارت  $x - \frac{1}{2}$  هم می‌تواند  $\frac{3}{4}$  باشد و هم  $-\frac{3}{4}$  داریم:

$$x - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{5}{4}$$

$$x - \frac{1}{2} = -\frac{3}{4} \Rightarrow x_2 = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow x_1 \times x_2 = -\frac{5}{16}$$

۱۶۱. مجموع مقادیر  $x$  کدام است؟

$$|2x - 4| = 3$$

۱ ۳       ۲ ۴       ۳  $\frac{7}{2}$        ۴  $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۲ عبارت  $2x - 4$  می‌تواند هم ۳ باشد و هم -۳ پس این دو را حل می‌کنیم:

$$2x - 4 = 3 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$$

$$2x - 4 = -3 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{2} + \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

۱۶۲. حاصل  $|\circ_3^{3^2} - \circ_3^{3^4}|$  کدام است؟

۱  $-\circ_3^{3^2} + \circ_3^{3^4}$        ۲  $\circ_3^{3^2} - \circ_3^{3^4}$        ۳  $-\circ_3^{3^2} - \circ_3^{3^4}$        ۴  $\circ_3^{3^2} + \circ_3^{3^4}$

پاسخ: گزینه ۲ داخل قدر مطلق عددی مثبت است.

$$\circ_3^{3^2} > \circ_3^{3^4} \rightarrow |\circ_3^{3^2} - \circ_3^{3^4}| = \circ_3^{3^2} - \circ_3^{3^4}$$

۱۶۳. اگر  $ab < 0$ ،  $|a - b|$  کدام می‌تواند باشد؟

۱  $-a - b$        ۲  $a - b$        ۳  $-a + b$        ۴ نمی‌توان نظر داد.

پاسخ: گزینه ۴ چون سوال فقط به ما ضرب دو عدد را داده و ما اطلاعی از کوچکتر بزرگتر بودن آنها نداریم پس نمی‌توان راجع به علامت قدر مطلق اظهار نظر کرد.

۱۶۴. اگر  $ab > 0$  و  $ac < 0$ ، کدام گزینه همواره درست است؟

۱  $|a| = -a$        ۲  $|b| = b$        ۳  $\sqrt{c^2} = -c$        ۴  $|bc| = -bc$

پاسخ: گزینه ۴ اگر  $ab > 0$  باشد،  $a$  و  $b$  هم‌علامت‌اند و اگر  $ac < 0$  باشد،  $a$  و  $c$  هم‌علامت نیستند.چون  $a$  و  $b$  هم‌علامت‌اند و  $a$  و  $c$  هم‌علامت نیستند، پس  $b$  و  $c$  هم‌علامت نیستند و همواره حاصل  $bc$  عددی منفی است ( $bc < 0$ )، پس:  $|bc| = -bc$ ۱۶۵. عبارت  $\frac{a-7}{3|a|+4}$  به ازای چه مقادیری مثبت است؟

۱  $A = \{a \in \mathbb{R} | a < 7\}$        ۲  $A = \{a \in \mathbb{R} | a > 7\}$        ۳  $a \in \mathbb{R}$        ۴  $a \in \mathbb{Z}$

پاسخ: گزینه ۲ مخرج عبارت  $\frac{a-7}{3|a|+4}$  همواره مثبت است، پس برای اینکه این عبارت همواره مثبت باشد، کافی است صورت آن مثبت باشد. یعنی:

$$a - 7 > 0 \Rightarrow a > 7$$

مجموعه جواب نامعادله بالا  $A = \{a \in \mathbb{R} \mid a > 7\}$

۱۶۶. کدام گزینه صحیح است؟

$$|7 - \sqrt{50}| = 7 - \sqrt{50} \quad \text{④}$$

$$-\sqrt{4 \times 9} = 6 \quad \text{③}$$

$$\sqrt{b^3 x^4} = bx^2 \sqrt{b} \quad \text{②}$$

$$\sqrt{25 + 16} = 9 \quad \text{①}$$

پاسخ: گزینه ۲ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: نادرست است. همیشه باید ابتدا حاصل جمع زیر رادیکال را محاسبه کنیم، سپس حاصل جذر را به دست آوریم، پس:

$$\sqrt{25 + 16} = \sqrt{41} \neq 9$$

$$\sqrt{b^3 x^4} = \sqrt{b^2 \times b \times x^4} = |b| |x^2| \sqrt{b}$$

گزینه ۲: درست است. باید عبارت‌های زیر رادیکال را با توان‌های زوج بنویسیم:

اگر  $b$  و  $x$  مثبت باشند، داریم:

صحیح است.

$$|b| |x^2| \sqrt{b} = bx^2 \sqrt{b}$$

باتوجه به اینکه  $b$  نمی‌تواند منفی باشد، پس  $|b| = b$

گزینه ۳: نادرست است.  $-\sqrt{4 \times 9} = -\sqrt{36} = -6$

گزینه ۴: نادرست است. چون  $\sqrt{50}$  بزرگ‌تر از ۷ است. پس حاصل داخل قدر مطلق منفی است، پس:

$$|7 - \sqrt{50}| = -(7 - \sqrt{50}) = \sqrt{50} - 7$$

۱۶۷. حاصل عبارت  $|2 - \sqrt{20}| - \sqrt{(\sqrt{5} - 4)^2}$  برابر کدام گزینه است؟

$$\sqrt{5} - 6 \quad \text{④}$$

$$6 + 2\sqrt{5} \quad \text{③}$$

$$2\sqrt{5} - 4 \quad \text{②}$$

$$3\sqrt{5} - 6 \quad \text{①}$$

پاسخ: گزینه ۱ چون  $\sqrt{20} > 2$ . پس حاصل قدر مطلق عددی منفی و عبارت اول در  $-1$  ضرب می‌شود:

$$|2 - \sqrt{20}| = -(2 - \sqrt{20}) = \sqrt{20} - 2$$

$$\sqrt{(a-b)^2} = |a-b|$$

باتوجه به نکته بالا حاصل  $\sqrt{(\sqrt{5} - 4)^2}$  برابر است با  $|\sqrt{5} - 4|$ . حالا چون  $\sqrt{5} < 4$  پس حاصل عبارت داخل قدر مطلق عددی منفی است.

$$|\sqrt{5} - 4| = -(\sqrt{5} - 4) = 4 - \sqrt{5}$$

$$\sqrt{20} - 2 - (4 - \sqrt{5}) = 2\sqrt{5} - 2 - 4 + \sqrt{5} = 3\sqrt{5} - 6$$

۱۶۸. اگر  $3ab < 0$  و  $7a - 7b > 0$  باشد، حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$|3a - 2b + 7| - |2b - a - 6| =$$

$$2a + 1 \quad \text{④}$$

$$-4a + 4b - 13 \quad \text{③}$$

$$-2a - 1 \quad \text{②}$$

$$4a - 4b + 13 \quad \text{①}$$

پاسخ: گزینه ۴

$$7a - 7b > 0 \Rightarrow 7a > 7b \Rightarrow a > b$$

$3ab < 0$  یعنی  $a$  و  $b$  هم‌علامت نیستند و  $a > b$ ، پس  $a$  مقداری مثبت و  $b$  مقداری منفی است.

$$|3a - 2b + 7| - |2b - a - 6| =$$

$3a - 2b + 7$  مقداری مثبت است (چون  $b$  منفی و  $-b$  مثبت است).

$2b - a - 6$  مقداری منفی است (چون  $a$  مثبت و  $-a$  مقداری منفی است).

$$|3a - 2b + 7| - |2b - a - 6| =$$

$$3a - 2b + 7 - (-(2b - a - 6)) = 3a - 2b + 7 + 2b - a - 6$$



$$= 2a + 1$$

۱۶۹. اگر روی محور اعداد، تمامی نقاطی که اعداد گنگ بین  $2\sqrt{2}$  و  $-3\sqrt{3}$  را نمایش می‌دهند رنگ کنیم، چه تعداد از جملات زیر صحیح است؟  
 الف) نقاط رنگ شده، یک پاره‌خط به وجود می‌آورند.

ب) تعداد نقاط رنگ شده، بی‌شمار است.

ج) تعداد نقاطی که رنگ نشده‌اند، بی‌شمار است.

د) تمام نقاطی که اعدادی با بی‌شمار رقم اعشاری را نمایش می‌دهند، رنگ شده‌اند.

۴ (۴)

۳ (۳)

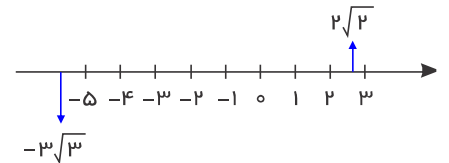
۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا محل تقریبی قرار گرفتن دو عدد  $2\sqrt{2}$  و  $-3\sqrt{3}$  را مشخص می‌کنیم.

$$2\sqrt{2} \approx 2 \times 1,4 = 2,8$$

$$-3\sqrt{3} \approx 3 \times (-1,7) = -5,1$$



بررسی جمله‌ها:

الف) نادرست است. چون نقاط رنگ شده تشکیل یک پاره‌خط نمی‌دهند، چون اعداد گویا مابین آن‌ها رنگ نشده است.

ب) درست است. تعداد اعداد گنگ بین  $2\sqrt{2}$  و  $-3\sqrt{3}$  بی‌شمار است.

ج) درست است. تعداد اعداد گویا بین دو عدد متمایز بی‌شمار است.

د) نادرست است. چون اعداد اعشاری نامختوم جزء اعداد گویا هستند و دارای بی‌شمار رقم اعشاری هستند ولی گنگ نیستند.

۱۷۰. حاصل کسر  $\frac{\sqrt{(a+b)^2}}{\sqrt[3]{(a+b)^3}}$  به شرط آنکه  $a < 0$  و  $ab > 0$  باشد، کدام است؟

$-(a+b)$  (۴)

$a+b$  (۳)

$-1$  (۲)

$1$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲  $a < 0$  و  $ab > 0$  در این صورت نتیجه می‌گیریم که  $b < 0$  است:

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{(a+b)^2}}{\sqrt[3]{(a+b)^3}} = \frac{|a+b|}{a+b} \stackrel{a+b < 0}{=} \frac{-(a+b)}{a+b} = -1$$

۱۷۱. اگر  $a < b$  باشد، حاصل  $\sqrt{(a+b)^2} - 4ab$  با کدام گزینه برابر است؟

$-a-b$  (۴)

$a+b$  (۳)

$b-a$  (۲)

$a-b$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲ عبارت زیر را دیکال را ساده می‌کنیم:

$$\sqrt{(a+b)^2} - 4ab = \sqrt{a^2 + 2ab + b^2} - 4ab =$$

$$\sqrt{a^2 - 2ab + b^2} = \sqrt{(a-b)^2} = |a-b|$$

حال باتوجه به اینکه  $a < b$  در این صورت حاصل  $a-b$  مقداری منفی خواهد داشت، پس:  $|a-b| = -(a-b) = b-a$

۱۷۲. عدد  $\sqrt{29}$  عضو کدام مجموعه است؟

$\{x \in \mathbb{R} \mid -x > 5\}$  (۴)

$\{x \in \mathbb{Q} \mid x < 6\}$  (۳)

$\{x \in \mathbb{R} \mid -x > -6\}$  (۲)

$\{x \in \mathbb{R} \mid x < 5\}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\sqrt{25} < \sqrt{29} < \sqrt{36} \Rightarrow 5 < \sqrt{29} < 6$$

$$-x > -6 \xrightarrow{\times(-1)} x < 6$$

عدد  $\sqrt{29}$  عضو مجموعه  $\{x \in \mathbb{R} \mid -x > -6\}$  می‌باشد.

۱۷۳. اگر  $0 < x < y < 1$  باشد، حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$|x - y + 1| - \sqrt{(x-1)^2} = ?$$

$$-2x + y + 2 \quad \text{Ⓕ}$$

$$2x - y \quad \text{Ⓖ}$$

$$-y + 2 \quad \text{Ⓗ}$$

$$-2x + y \quad \text{Ⓙ}$$

پاسخ: گزینه ۳ باتوجه به اینکه می‌دانیم  $0 < x < y < 1$

$$|x - y + 1| \xrightarrow{x-y+1 > 0} x - y + 1$$

$$\sqrt{(x-1)^2} = |x-1| \xrightarrow{x-1 < 0} -(x-1) = 1-x$$

$$|x - y + 1| - \sqrt{(x-1)^2} = x - y + 1 - (1 - x)$$

$$= x - y + 1 + x - 1 = 2x - y$$

۱۷۴. اگر  $a < b$ ،  $x = \frac{a+b}{2}$ ، حاصل عبارت  $|a-x| + |x-b|$  کدام است؟

$$b+a \quad \text{Ⓕ}$$

$$a+b-2x \quad \text{Ⓖ}$$

$$b-a \quad \text{Ⓗ}$$

$$2x-a-b \quad \text{Ⓙ}$$

پاسخ: گزینه ۲ باتوجه به اینکه  $x = \frac{a+b}{2}$  مقدار  $x$  میانگین  $a$  و  $b$  است و چون  $a < b$ ، در این صورت  $x < b$  و  $a < x$ ، در این صورت:

$$|a-x| \quad \underline{a-x < 0} \quad -(a-x) = -a+x \quad (1)$$

$$|x-b| \quad \underline{x-b < 0} \quad -(x-b) = -x+b \quad (2)$$

باتوجه به رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$|a-x| + |x-b| = -a+x + (-x)+b = -a+b = b-a$$

۱۷۵. اگر  $x < 0$ ، حاصل عبارت  $\sqrt{x^2} - |1-x|$  کدام است؟

$$-x \quad \text{Ⓕ}$$

$$-1 \quad \text{Ⓖ}$$

$$1 \quad \text{Ⓗ}$$

$$x \quad \text{Ⓙ}$$

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا حاصل  $\sqrt{x^2}$  را به صورت قدر مطلق می‌نویسیم و سپس با مشخص کردن علامت (منفی یا مثبت) داخل قدر مطلق، آنها را بدون نماد قدر مطلق می‌نویسیم.

$$\sqrt{x^2} = |x| \quad \underline{x < 0} \quad -x$$

$$|1-x| \quad \begin{array}{l} \underline{x < 0} \\ 1-x > 0 \end{array} \quad 1-x$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2} - |1-x| = -x - (1-x) = -x - 1 + x = -1$$

۱۷۶. چند جمله از جمله‌های زیر درست است؟

(الف) مجموعه اعداد گویا را می‌توان با محور اعداد نمایش داد.

(ب) اگر عدد  $n$  مربع کامل نباشد،  $\sqrt{n}$  گنگ است.

(ج) به ازای هر عدد حقیقی  $a$  داریم:  $|a| + a > 0$

(د) برای هر دو عدد حقیقی  $a$  و  $b$  همواره داریم:  $|a+b| = |a| + |b|$

$$\text{چهار تا} \quad \text{Ⓕ}$$

$$\text{سه تا} \quad \text{Ⓖ}$$

$$\text{دو تا} \quad \text{Ⓗ}$$

$$\text{یکی} \quad \text{Ⓙ}$$

پاسخ: گزینه ۱ به بررسی عبارت‌ها می‌پردازیم:

(الف) هر کدام از اعداد گویا را به صورت تکی می‌توان روی محور اعداد نمایش داد، مانند نمایش کسرها روی محور اعداد، ولی اعداد گویا را به صورت یک بازه نمی‌تواند روی محور اعداد نمایش داد، چون در بین آنها اعداد گنگ نیز وجود دارند. پس این عبارت از یک نظر می‌تواند درست و از نظر دیگر می‌تواند نادرست باشد. اما چون اعداد گویا بی‌شمارند و نمی‌توان همه را روی محور نشان داد پس نادرست است.

(ب) درست است.

(ج) نادرست است، عبارت  $|a| + a > 0$  به ازای اعداد نامثبت درست نیست.

(د) نادرست است. عبارت  $|a+b| = |a| + |b|$  زمانی درست است که  $a$  و  $b$  هر دو هم‌علامت باشند.

۱۷۷. اگر  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی مخالف صفر باشند، کدام گزینه همواره درست است؟

$$|ab| = ab \quad \text{Ⓕ}$$

$$|ab| = |a| \times |b| \quad \text{Ⓖ}$$

$$|a+b| = |a| + |b| \quad \text{Ⓗ}$$

$$|ab| + ab = 0 \quad \text{Ⓙ}$$

پاسخ: گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست است. اگر  $a$  و  $b$  هم‌علامت باشند، داریم:

$$|ab| + ab = ab + ab = 2ab$$

(۲) نادرست است. اگر  $a$  و  $b$  هم‌علامت نباشند، این عبارت نادرست است. مثال نقض:

$$b = 2, a = -3$$

$$|-3 + 2| \neq |-3| + |2|$$

(۳) درست است.

(۴) نادرست است. اگر  $a$  و  $b$  هم‌علامت نباشند داریم:

$$|ab| = -ab$$

۱۷۸. اگر  $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(a-c)^2} = b-c$  باشد، کدام گزینه درست است؟  $(a, b, c)$  مخالف صفر فرض شده‌اند.

(۴)  $a < c < b$

(۳)  $a < b < c$

(۲)  $b < a < c$

(۱)  $c < a < b$

پاسخ: گزینه ۱ حاصل عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(a-c)^2} = |a-b| + |a-c|$$

برای اینکه حاصل  $|a-b| + |a-c|$  برابر  $b-c$  شود، باید  $|a-b|$  در یک منفی ضرب شود تا  $b$  مثبت شود (یعنی حاصل  $a-b$  عددی منفی شود که در واقع  $b > a$ ) و حاصل  $a-c$  باید مثبت شود، یعنی:  $a > c$ . پس:  $c < a < b$

۱۷۹. کدام عبارت نادرست است؟

(۲) اگر  $x < 0$  و  $y > 0$  باشد، آنگاه  $\sqrt{(y-x)^2} = x-y$

(۱)  $\sqrt{\pi}a^2$  یک جمله‌ای است.

(۴) حاصل عبارت  $\sqrt{(-6 + \sqrt{11})^2} + |-\sqrt{11}|$  برابر ۶ است.

(۳) عددی  $\frac{5}{\sqrt{5}} - \sqrt{5}$  عددی گویا است.

پاسخ: گزینه ۲ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱:  $\sqrt{\pi}a^2$  یک جمله‌ای است.

نکته: عبارتی که بین متغیرها و ضرایب عددی آن عمل ضرب وجود داشته باشد و متغیرهای آن زیررادیکال و قدر مطلق نباشد، یک جمله‌ای نامیده می‌شود.

گزینه ۲: حاصل  $\sqrt{(y-x)^2}$  برابر با  $|y-x|$  است. چون  $x$  منفی و  $y$  مثبت‌اند و داریم  $y-x$ ، پس داخل قدر مطلق عبارتی مثبت و برابر  $y-x$  که این گزینه نادرست است.

گزینه ۳: عدد  $\frac{5}{\sqrt{5}} - \sqrt{5}$  عددی گویا است (  $\frac{5}{\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{5}}{1} = \frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 0$  )

گزینه ۴:

$$\sqrt{(-6 + \sqrt{11})^2} + |-\sqrt{11}| = \underbrace{|-6 + \sqrt{11}|}_{\text{منفی}} + |-\sqrt{11}|$$

$$= -\sqrt{11} + 6 + \sqrt{11} = 6$$

۱۸۰. جواب دستگاه  $\begin{cases} y = |x - 2| \\ y = |x + 1| \end{cases}$  کدام است؟

(۴)  $(1, 1)$

(۳)  $(1, \frac{1}{2})$

(۲)  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

(۱)  $(0, 1)$

پاسخ: گزینه ۲ نکته:

$$x \pm a < |x| = |a|$$

$$y = |x - 2| \left. \begin{matrix} y = |x + 1| \end{matrix} \right\} \Rightarrow |x - 2| = |x + 1| \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = x + 1 \Rightarrow -2 = 1 \\ x - 2 = -x - 1 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \left| \frac{1}{2} - 2 \right| = \frac{3}{2} \end{cases}$$

جواب دستگاه:  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$



۱۸۱. حاصل عبارت  $\frac{5\sqrt{(-\sqrt{x^2+6x})^2}}{\sqrt{(2x-\sqrt{25x^2})^2}}$  کدام است؟ ( $x < -6$ )

۵ (۴)

$\frac{35}{3}x$  (۳)

$\frac{25}{7}x$  (۲)

$-\frac{25}{3}x$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴ می‌دانیم که  $\sqrt{x^2} = |x|$  حال با توجه به  $x < -6$  داریم:

$$5\sqrt{(-\sqrt{x^2+6x})^2} = 5\sqrt{(-|x|+6x)^2} = 5\sqrt{(+x+6x)^2} = 5\sqrt{(7x)^2} = 5 \times 7 \times |x| = -35x$$

$$\sqrt{(2x-\sqrt{25x^2})^2} = |2x-5x| = |2x-(-5x)| = |7x| = -7x$$

$$= \frac{5\sqrt{(-\sqrt{x^2+6x})^2}}{\sqrt{(2x-\sqrt{25x^2})^2}} = \frac{-35x}{-7x} = +5$$

۱۸۲. حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\sqrt{(3+\sqrt{2})^2} + \sqrt{(3-\sqrt{2})^2} - 2|-\sqrt{2}| + |\sqrt{2}|$$

$6+2\sqrt{2}$  (۴)

$6-2\sqrt{2}$  (۳)

$6-\sqrt{2}$  (۲)

$6+\sqrt{2}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲ عبارت را ساده می‌کنیم، داریم:

$$\sqrt{(3+\sqrt{2})^2} + \sqrt{(3-\sqrt{2})^2} - 2|-\sqrt{2}| + |\sqrt{2}| = 3 + \sqrt{2} + 3 - \sqrt{2} - 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 6 - \sqrt{2}$$

۱۸۳. با کدام شرط تساوی زیر همواره برقرار است؟ (تمام اعداد مخالف صفراند.)

$$-x\sqrt{\frac{y^2z^2}{w^2}} = \frac{xyz}{w^2}$$

$xyz < 0$  (۴)

$yz > 0$  (۳)

$yz < 0$  (۲)

$xyz > 0$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$-x\sqrt{\frac{y^2z^2}{w^2}} = -x\left|\frac{yz}{w}\right| = \frac{-x}{w^2}\underbrace{|yz|}_{\text{منفی}} = \frac{xyz}{w^2}$$

اگر عبارت درون قدرمطلق منفی باشد، به صورت قرینه درمی‌آید و با منفی ضریب  $x$  ضرب می‌شود و به جواب موردنظر می‌رسیم.

۱۸۴. حاصل  $\sqrt{0,111\dots}$  کدام است؟

$0,444\dots$  (۴)

$0,333\dots$  (۳)

$0,222\dots$  (۲)

$0,111\dots$  (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$x = 0,1$$

$$-1 \circ x = 1,1$$

$$9x = 1$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$\sqrt{0,1} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} = 0,333$$

۱۸۵. حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\frac{5}{2 \times 3} - \frac{7}{3 \times 4} + \frac{9}{4 \times 5} - \frac{11}{5 \times 6} + \frac{13}{6 \times 7} - \frac{15}{7 \times 8} =$$

$\frac{1}{8}$  (۴)

$\frac{3}{4}$  (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

$\frac{3}{8}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

کسرها را به صورت ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\frac{5}{2 \times 3} - \frac{7}{3 \times 4} + \frac{9}{4 \times 5} - \frac{11}{5 \times 6} + \frac{13}{6 \times 7} - \frac{15}{7 \times 8} = \frac{3+2}{2 \times 3} - \frac{4+3}{3 \times 4} + \frac{5+4}{4 \times 5} - \frac{6+5}{5 \times 6} + \frac{7+6}{6 \times 7} - \frac{8+7}{7 \times 8}$$

$$= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) - \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right)$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

۱۸۶. کسر عدد ۵٫۰۰۵ را به دست آورید.

$\frac{5000}{900}$  (۴)

$\frac{5000}{1000}$  (۳)

$\frac{5005}{999}$  (۲)

$\frac{5000}{999}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$x = 5,005$

$1000x = 5005,005$

$1000x - x = 5005,005 - 5,005$

$999x = 5000 \Rightarrow x = \frac{5000}{999}$

۱۸۷. در نمایش اعشاری  $\frac{7}{22}$  مجموع رقم‌های بیستم و پنجاهم بعد از ممیز کدام است؟

۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۶ (۲)

۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا عدد ۷ را بر ۲۲ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 22} \\ \underline{031818} \\ -66 \\ \underline{40} \\ -22 \\ \underline{180} \\ -176 \\ \underline{40} \\ -22 \\ \underline{180} \\ -176 \\ \underline{4} \end{array}$$

$\frac{7}{22} = 0,31818000 = 0,318$

رقم‌های غیر تکراری را کنار می‌گذاریم. در اینجا باید رقم نوزدهم یا چهل و نهم را بیابیم در عدد بالا رقم‌ها دو بار، دو بار تکرار می‌شود بنابراین در هر دو حالت رقم‌ها برابر ۱ است پس جمع آنها برابر ۲ = ۱ + ۱ است.

۱۸۸. نمایش اعشاری  $\frac{5}{16}$  برابر است با:

$0,3125$  (۴)

$0,3135$  (۳)

$0,31$  (۲)

$0,312$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{array}{r} 5,0000 \overline{) 16} \\ \underline{03125} \\ 0 \end{array}$$

۱۸۹. حاصل عبارت  $\frac{1}{11 \times 16} + \frac{1}{16 \times 21} + \frac{1}{21 \times 26} + \dots + \frac{1}{46 \times 51}$  برابر است با:

$\frac{8}{561}$  (۴)

$\frac{40}{561}$  (۳)

$\frac{62}{561}$  (۲)

$\frac{8}{2805}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$A = \frac{1}{11 \times 16} + \frac{1}{16 \times 21} + \frac{1}{21 \times 26} + \dots + \frac{1}{46 \times 51}$$

$$\Rightarrow 5A = \frac{5}{11 \times 16} + \frac{5}{16 \times 21} + \dots + \frac{5}{46 \times 51}$$



$$\Rightarrow 5A = \frac{1}{11} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{21} + \dots + \frac{1}{46} - \frac{1}{51}$$

$$\Rightarrow 5A = \frac{1}{11} - \frac{1}{51} \Rightarrow 5A = \frac{40}{561} \Rightarrow A = \frac{8}{561}$$

۱۹۰. کدام کسر متناوب مرکب است؟

$\frac{4}{33}$  (۴)

$\frac{4}{8}$  (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{16}{45}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

$$\begin{array}{r} 160 \overline{) 45} \\ \underline{0,355} \\ 135 \\ \underline{250} \\ 225 \\ \underline{250} \\ \vdots \end{array}$$

$\frac{16}{45} = 0,3\bar{5}$

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 3} \\ \underline{0,66} \\ 18 \\ \underline{20} \\ \vdots \end{array}$$

$\frac{2}{3} = 0,6\bar{6}$

$\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0,5$

$$\begin{array}{r} 40 \overline{) 33} \\ \underline{0,12} \\ 33 \\ \underline{70} \\ 66 \\ \vdots \end{array}$$

$\frac{4}{33} = 0,1\bar{2}$

۱۹۱. علی کاری را در ۸ ساعت و رضا همان کار را در ۱۲ ساعت انجام می‌دهد. دو نفر با هم کار را در چه مدتی انجام می‌دهند؟

۴,۲ ساعت (۴)

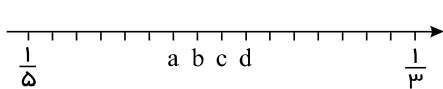
۴,۸ ساعت (۳)

۴,۶ ساعت (۲)

۴,۵ ساعت (۱)

پاسخ: گزینه ۳ هر دو هر ۱ ساعت  $\frac{5}{24}$  کار را انجام می‌دهند  $\frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \frac{3+2}{24} = \frac{5}{24}$

$x \times \frac{5}{24} = 1 \Rightarrow x = \frac{24}{5} = 4,8$   
تعداد ساعت      کل کار



۱۹۲. کسرهای  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{5}$  روی محور اعداد نشان داده شده‌اند کدام حرف نمایشگر کسر  $\frac{1}{4}$  است؟

d (۴)

c (۳)

b (۲)

a (۱)

پاسخ: گزینه ۱ بین  $\frac{1}{5}$  و  $\frac{1}{3}$  به ۱۶ قسمت تقسیم شده است. از سوی دیگر فاصله‌ی بین  $\frac{1}{5}$  و  $\frac{1}{3}$  برابر است با:  $\frac{2}{15}$ . بنابراین طول هر قسمت  $\frac{1}{16} \times \frac{2}{15} = \frac{1}{120}$  است.

نخست پیدا می‌کنیم پس از طی چند قسمت از  $\frac{1}{5}$  به  $\frac{1}{4}$  می‌رسیم:

$\frac{1}{5} + n \times \frac{1}{120} = \frac{1}{4}$ ,  $n = 6$

از روی شکل داریم پس از طی ۶ قسمت به a می‌رسیم.

۱۹۳. کسر  $\frac{n}{1992}$  به یک عدد اعشاری مختوم پس از ممیز تبدیل می‌شود. کمترین مقدار ممکن برای n چیست؟

۲۴۹ (۴)

۸۳ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$1992 = 249 \times 8 \rightarrow \frac{249}{1992} = \frac{1}{8} = 0,125$

۱۹۴. اگر  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  آن‌گاه کدام گزینه نادرست است؟ (a, b, c, d مخالف صفر و دو کسر  $\frac{a}{b}$  و  $\frac{c}{d}$  هم‌علامت)

$\frac{a}{b} < \frac{a+1}{b+1}$  (۴)

$\frac{b}{a} > \frac{d}{c}$  (۳)

$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$  (۲)

$\frac{a}{b} < \frac{ad+bc}{2bd} < \frac{c}{d}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱:  $\frac{ad+bc}{2bd}$  همان میانگین  $\frac{a}{b}$  و  $\frac{c}{d}$  است که بین این دو عدد قرار دارد.

$$\frac{\frac{a}{b} + \frac{c}{d}}{2} = \frac{\frac{ad+bc}{bd}}{2} = \frac{ad+bc}{2bd}$$

گزینه ۲: در روش چهارم درج چند عدد گویا بین دو عدد گویا اثبات شد.

گزینه ۳: با فرض  $\frac{a}{b} = k$  و  $\frac{c}{d} = k'$  فرض مسئله  $(\frac{a}{b} < \frac{c}{d})$  داریم:

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \rightarrow k < k' \rightarrow \frac{1}{k} > \frac{1}{k'} \rightarrow \frac{1}{\frac{a}{b}} > \frac{1}{\frac{c}{d}} \rightarrow \frac{b}{a} > \frac{d}{c}$$

گزینه ۴: اگر  $\frac{a}{b} < \frac{1}{1}$  باشد، آنگاه  $\frac{a}{b} < \frac{a+1}{b+1} < \frac{1}{1}$  و رابطه برقرار است. اما اگر  $1 < \frac{a}{b}$  باشد، در این صورت  $\frac{a}{b} < \frac{a+1}{b+1} < \frac{a}{b}$  پس در گزینه ۴ رابطه داده شده همواره

$$\frac{3}{2} > 1 \Rightarrow \frac{3}{2} > \frac{3+1}{2+1} = \frac{4}{3} \text{ اما } \frac{2}{3} < 1 \Rightarrow \frac{2}{3} < \frac{2+1}{3+1} = \frac{3}{4}$$

درست نیست. به عنوان مثال:  $\frac{2}{3} < \frac{2+1}{3+1} = \frac{3}{4}$

۱۹۵. چند مورد از عبارات زیر گویاست؟

۱)  $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$       ۲)  $0,011021000$       ۳) ۲۱

۴)  $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{5}}$       ۵)  $0,3$       ۶)  $3\sqrt{4}$

مورد ۰ (۴)

مورد ۵ (۳)

مورد ۴ (۲)

مورد ۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ عبارات زیر را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

۱)  $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5 \rightarrow$  گویا است

۲)  $0,011021000 \rightarrow$  گنگ است

۳) ۲۱  $\rightarrow$  گویا است

۴)  $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{50}{5}} = \sqrt{10} \rightarrow$  گنگ است

۵)  $0,3 = \frac{3}{10} \rightarrow$  گویا است

۶)  $3\sqrt{4} = 3 \times 2 = 6 \rightarrow$  گویا است

۱۹۶. حاصل  $A$  کدام است؟

$$A = 2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \dots}}}$$

گزینه الف و ب (۴)

+۱ (۳)

-۱ (۲)

+۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ اگر دقت کنید خود  $A$  در  $A$  وجود دارد پس داریم:

$$A = 2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \dots}}} \rightarrow A = 2 + \frac{3}{A} \rightarrow$$

حال معادله فوق را حل می‌کنیم یا گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم:

$$A^2 = 2A + 3 \rightarrow A^2 - 2A - 3 = 0 \rightarrow (A - 3)(A + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} A = 3 \checkmark \\ A = -1 \times \end{cases}$$

جواب ۱ - غیر قابل قبول است زیرا سمت راست تساوی مثبت است پس سمت چپ نمی‌تواند منفی باشد.

۱۹۷. به جای \* ۱ در ۱٫۷ حد اقل چند صفر بگذاریم که عدد بدست آمده از  $\frac{2009}{2008}$  کمتر باشد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$1,7 * 1 < \frac{2009}{2008} \Rightarrow$$

$$1 + 0,7 * 1 < 1 + \frac{1}{2008} \Rightarrow 0,7 * 1 < \frac{1}{2008}$$

$$\Rightarrow \underbrace{0,70001}_{\text{صفر ۳}} < \frac{1}{2008}$$

باید به جای \* ۳ صفر قرار دهیم.

۱۹۸. بگویید کسر برابر با عدد اعشاری  $7,9$  کدام است؟

۸ (۴)

$\frac{79}{100}$  (۳)

$\frac{8}{10}$  (۲)

$\frac{79}{99}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$x = 7,9$$

$$10x = 79,9$$

$$10x - x = 79,9 - 7,9$$

$$9x = 72 \Rightarrow x = \frac{72}{9} = 8$$

۱۹۹.  $p$  و  $q$  و  $r$  سه عدد طبیعی‌اند اگر بدانیم  $p + \frac{1}{q + \frac{1}{r}} = \frac{25}{19}$  حاصل  $pqr$  کدام است؟

۳۶ (۴)

۱۸ (۳)

۱۰ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$p + \frac{1}{q + \frac{1}{r}} = \frac{25}{19} \rightarrow p + \frac{r}{qr + 1} = \frac{25}{19} \rightarrow \frac{p(qr + 1) + r}{qr + 1} = \frac{25}{19}$$

پس  $p(qr + 1) + r = 25n$  و  $qr + 1 = 19n$  که در آن  $n$  عدد طبیعی است. از رابطه  $qr + 1 = 19n$  نتیجه می‌شود که  $qr + 1$  بر  $n$  بخش پذیر است پس با توجه به رابطه  $p(qr + 1) + r = 25n$  باید  $r$  باید بر  $n$  بخش پذیر باشد در این صورت.  $qr + 1$  و  $qr$  هم بر  $n$  بخش پذیرند پس اختلافشان یعنی ۱ هم بر  $n$  بخش پذیر است یعنی  $n$  برابر ۱ است. پس  $qr + 1 = 19$  یعنی  $qr = 18$  همین‌طور داریم:  $p(qr + 1) + r = 18p + r = 25$  بنابراین  $p$  نمی‌تواند بزرگ‌تر از ۱ باشد چون در آن صورت  $r$  منفی می‌شود پس  $p = 1$  در نتیجه  $pqr = 18$

۲۰۰. بین دو عدد  $\frac{3}{5}$  و  $\frac{5}{3}$  چند کسر متعارفی با صورت ۶۰ می‌توان نوشت؟

۶۴ (۴)

۶۳ (۳)

۶۲ (۲)

۶۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ هر دو کسر را به کسرهایی با صورت ۶۰ تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{3}{5} = \frac{36}{60}, \quad \frac{5}{3} = \frac{100}{60}$$

$$\frac{36}{60} < \frac{37}{60}, \frac{38}{60}, \dots, \frac{99}{60} < \frac{100}{60}$$

تعداد کسرها با تعداد عددها از ۳۷ تا ۹۹ برابر است:

$$99 - 37 + 1 = 63$$



۲۰۱. کدام گزینه با مخرج ۱۰۰ بین دو کسر  $\frac{5}{12}$  و  $\frac{7}{16}$  قرار دارد؟

$\frac{86}{100}$  (۴)

$\frac{72}{100}$  (۳)

$\frac{21}{100}$  (۲)

$\frac{43}{100}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{7}{16} = \frac{525}{1200} \quad \frac{5}{12} = \frac{500}{1200}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{43}{100} < \frac{5}{12} < \frac{7}{16} = \frac{525}{1200}$$

۲۰۲. حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{-3}{5 \times 2} + \frac{-3}{2 \times (-1)} + \frac{-3}{(-1) \times (-4)} + \dots + \frac{-3}{(-52) \times (-55)} = ?$$

$-\frac{18}{50}$  (۴)

$\frac{18}{50}$  (۳)

$-\frac{12}{55}$  (۲)

$\frac{12}{55}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۱ با توجه به مخرج هر کسر دیده می شود که  $-5 - (-52) = -3$  و  $-1 - 2 = -3$  و  $-3 - 5 = -3$  با توجه به مثال قبل:

$$\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{-1}\right) + \left(\frac{1}{-1} - \frac{1}{-4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{-52} - \frac{1}{-55}\right) = \frac{1}{5} + \frac{1}{55} = \frac{12}{55}$$

۲۰۳. در عدد اعشاری متناوب  $0,1234512345000$  هزار و نهصد و نود و دومین رقم پس از ممیز کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ دوره‌ی گردش این کسر ۵ تایی است لذا عدد ۱۹۹۲ را بر ۵ تقسیم می کنیم. بر حسب باقی مانده این تقسیم ۱۳۹۲ این رقم پس از ممیز برابر عدد ۲ است.

$$\begin{array}{r} 1992 \overline{) 5} \\ \underline{15} \phantom{00} \\ 49 \phantom{00} \\ \underline{45} \phantom{00} \\ 42 \phantom{00} \\ \underline{40} \phantom{00} \\ 2 \phantom{00} \end{array}$$

۲۰۴. حاصل دقیق عبارت  $\frac{3}{7}$  برابر است با  $0,428571428571000$ ، دو هزار و سیصد و سیزدهمین رقم این عبارت چند است؟

۵ (۴)

۸ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ تناوب  $\frac{3}{7}$  شش رقمی است.

$$\frac{3}{7} = 0,428571$$

$$\begin{array}{r} 2313 \overline{) 6} \\ \underline{385} \phantom{00} \\ 18 \phantom{00} \\ \underline{51} \phantom{00} \\ 48 \phantom{00} \\ \underline{33} \phantom{00} \\ 30 \phantom{00} \end{array}$$

$$0,3 \rightarrow 0,428571 \rightarrow 8$$

یعنی سومین رقم تناوب

۲۰۵. صورت کسرهای ساده نشدنی زیر عدد طبیعی هستند. کدام یک از آنها نمایش اعشاری متناوب دارد؟

$\frac{d}{400}$  (۴)

$\frac{c}{160}$  (۳)

$\frac{b}{120}$  (۲)

$\frac{a}{80}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲ می دانیم که اگر در تجزیه‌ی یک کسر ساده نشدنی مخرج کسر عامل ۲ یا ۵ به همراه عامل‌های اول دیگر داشته باشد آن کسر نمایش اعشاری متناوب دارد. حال به بررسی گزینه‌ها می پردازیم

$$1) \frac{a}{80} = \frac{a}{2^4 \times 5}$$



۲)  $\frac{b}{120} = \frac{b}{2^3 \times 3 \times 5} \rightarrow$  متناوب مرکب ✓

۳)  $\frac{c}{160} = \frac{c}{2^5 \times 5}$

۴)  $\frac{d}{200} = \frac{d}{2^3 \times 5^2}$

۲۰۶. مقدار عبارت زیر برابر با کدام گزینه است؟

$$\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{20 \times 21} =$$

$\frac{19}{42}$  (۴)

$\frac{9}{42}$  (۳)

$\frac{9}{20}$  (۲)

$\frac{19}{21}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴ کسر را به صورت ساده می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{20 \times 21} &= \frac{3-2}{2 \times 3} + \frac{4-3}{3 \times 4} + \frac{5-4}{4 \times 5} + \dots + \frac{21-20}{20 \times 21} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{20} - \frac{1}{21} = \frac{1}{2} - \frac{1}{21} = \frac{21-2}{2 \times 21} = \frac{19}{42} \end{aligned}$$

۲۰۷. کدام کسر با عدد اعشاری ۵٫۶۶۶۰۰۰ برابر است؟

$\frac{5}{3}$  (۴)

$\frac{16}{3}$  (۳)

$\frac{17}{3}$  (۲)

$\frac{19}{3}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$5,666\overline{000} = 5,6\overline{6}$

$10A = 56,6\overline{6} \Rightarrow 10A - A = 9A = 51$

$A = \frac{51}{9} = \frac{17}{3}$

۲۰۸. عدد  $\frac{3}{7}$  را به صورت اعشاری می‌نویسیم. هشتاد و چهارمین عدد بعد اعشار برابر است با: (روبوکاپ چهارمین دوره ۱۳۸۷)

۷ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ عدد ۳ را بر ۷ تقسیم می‌کنیم:  $\frac{3}{7} = 0,428571428571428\overline{000}$

متوجه می‌شویم که ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ متناوباً تکرار می‌شوند.

بنابراین باتوجه به تقسیم ۸۴ بر ۶، ۸۴ امین رقم بعد از اعشار بعد از ۱۴ بار تکرار شدن این ۶ رقم بدست می‌آید یعنی رقم ۱

$$\begin{array}{r} 84 \overline{) 6} \\ \underline{-84} \\ 00 \end{array}$$

۲۰۹. نماد اعشاری کدام یک از کسرها متناوب ساده است؟

$\frac{2}{3}$  (۴)

$\frac{1}{8}$  (۳)

$\frac{7}{6}$  (۲)

$\frac{16}{45}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۴ تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱

$$\begin{array}{r} 160 \overline{) 45} \\ \underline{135} \\ 250 \\ \underline{225} \\ 250 \\ \vdots \end{array} \Rightarrow \frac{16}{45} = 0,3\overline{5}$$

گزینه ۲

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 6} \\ \underline{-6} \\ 10 \\ \underline{-6} \\ 40 \\ \underline{-36} \\ 4 \\ \vdots \end{array} \Rightarrow \frac{7}{6} = 1,1\overline{6}$$

گزینه ۳

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 3} \\ \underline{-18} \\ 20 \\ \vdots \end{array} \Rightarrow \frac{2}{3} = 0,6\overline{6} \quad \frac{1}{8} = 0,125$$

۲۱۰. کدام یک از دو کسر زیر بین دو کسر  $-\frac{5}{7}$  و  $-\frac{6}{7}$  قرار ندارد؟

- ۱  $-\frac{19}{21}$      
  ۲  $-\frac{17}{21}$      
  ۳  $-\frac{16}{21}$      
  ۴  $-\frac{11}{14}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{-6}{7} < \frac{-5}{7} \xrightarrow{\text{ضربدر ۲}} \frac{-12}{14} < \frac{-10}{14} \rightarrow \frac{-11}{14} \text{ بین آنها می باشد.}$$

$$\frac{-6}{7} < \frac{-5}{7} \xrightarrow{\text{ضربدر ۳}} \frac{-18}{21} < \frac{-15}{21} \rightarrow \frac{-16}{21} \text{ و } \frac{-17}{21} \text{ بین آنها می باشد.}$$

۲۱۱. در نمایش اعشاری کسر  $\frac{3}{11}$  مجموع رقم‌های شصتم و هفتادویکم بعد از ممیز کدام است؟

- ۱ ۴     
  ۲ ۱۴     
  ۳ ۹     
  ۴ ۷

پاسخ: گزینه ۳

$$3 \overline{) 11} \Rightarrow \frac{3}{11} = 0,2\overline{7}$$

رقم‌های زوج بعد اعشار همگی ۷ و رقم‌های فرد همگی ۲ هستند.

$$\left. \begin{array}{l} \text{رقم شصتم بعد از ممیز: } 7 \\ \text{رقم هفتاد و یکم بعد از ممیز: } 2 \end{array} \right\} \rightarrow 7 + 2 = 9$$

۲۱۲. به ازای کدام مقدار  $a$  کسر  $\frac{5}{5a+1}$  تولیدکننده عدد اعشاری  $0,4\overline{5}$  است؟

- ۱ ۲     
  ۲ ۳     
  ۳ ۱     
  ۴  $\frac{1}{3}$

پاسخ: گزینه ۱

$$0,4\overline{5} = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$$

$$\frac{5}{5a+1} = \frac{5}{11} \Rightarrow 5a+1=11 \Rightarrow a=2$$

۲۱۳. کدام عبارت زیر صحیح است؟

- ۱ اگر عدد  $n$  مربع کامل باشد، جذر آن عدد می‌تواند گنگ یا گویا باشد.     
  ۲ اگر عدد  $n$  مربع کامل نباشد، جذر آن عدد ممکن است گنگ باشد.
- ۳ اگر عدد طبیعی  $n$  مربع کامل نباشد، جذر آن عدد گنگ است.     
  ۴ اگر  $\sqrt{n}$  گنگ باشد،  $n$  نیز گنگ است.

پاسخ: گزینه ۳ اگر عدد  $n$  مربع کامل نباشد  $\sqrt{n}$  حتماً گنگ است.



۲۱۸. چند تا از جملات زیر همواره صحیح می باشند؟

(۱) مجموع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. (۲) هر عدد حقیقی، عددی گویا است.

(۳) حاصل ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است. (۴) بین دو کسر  $\frac{1}{۲}$  و  $\frac{1}{۳}$  بی شمار عدد گنگ وجود دارد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

گزینه ۱:  $(1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2 \in Q$

گزینه ۳:  $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) = (\sqrt{2})^2 - 1^2 = 2 - 1 = 1 \in Q$

(اعداد گویا زیرمجموعه، اعداد حقیقی هستند)  $Q \subset R$ : گزینه ۲

۲۱۹. اگر شعاع دایره، عددی گویا باشد، عددی که محیط دایره را بیان می کند:

(۴) مربع کامل است

(۳) صحیح است

(۲) اصم است

(۱) گویا است

پاسخ: گزینه ۲ حاصل ضرب یک عدد گویای غیر صفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ (اصم) است.

$\pi \times \text{قطر} = \text{محیط دایره}$

۲۲۰. کدام گزینه صحیح است؟

(۲) هر عدد مرکب، عددی حقیقی است.

(۱) مربع هر عدد صحیح، عددی طبیعی است.

(۴) اگر هر عدد اولی را با یک جمع کنیم، عددی مرکب می شود.

(۳) حاصل جمع دو عدد گنگ، نمی تواند عددی گویا باشد.

پاسخ: گزینه ۲ اعداد مرکب را از بین اعداد طبیعی انتخاب می کنیم و اعداد طبیعی هم زیرمجموعه ای از اعداد حقیقی هستند.

بررسی سایر گزینه ها: در گزینه ی «۱» صفر حکم را نقض می کند. در گزینه ی «۳» اعداد  $+\sqrt{2}$  و  $-\sqrt{2}$  هر دو گنگ هستند. اما مجموعشان گویاست ( $-\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0$ ) در

گزینه ی «۴» هم  $1 + 2 = 3$  که اول است و حکم را نقض می کند.

توجه: به زبان ساده نقض کردن یک حکم یعنی نادرستی یک عبارت کلی را (با یک مثال) نشان دادن.

۲۲۱. اگر  $a$  اصم (گنگ) و  $b$  عددی گویا باشد، کدام گزینه ممکن است گنگ نباشد؟

(۴)  $a + b$

(۳)  $ab$

(۲)  $a - b$

(۱)  $\frac{1}{a}$

پاسخ: گزینه ۳ اگر  $a$  را برابر  $\sqrt{2}$  و  $b$  را صفر قرار دهیم، داریم:  $ab = \sqrt{2} \times 0 = 0$  که عددی گنگ نیست.

۲۲۲. کدام گزینه نادرست است؟

(۲) مجموع دو عدد گویا، همیشه گویا است.

(۱) مجموع دو عدد گنگ، همیشه گنگ است.

(۴) حاصل ضرب دو عدد گنگ می تواند گویا باشد.

(۳) حاصل ضرب یک عدد گویا و گنگ می تواند گویا باشد.

پاسخ: گزینه ۱ گزینه ی «۱» نادرست است زیرا  $\sqrt{2}$  و  $-\sqrt{2}$  هر دو گنگ هستند اما مجموع آن ها صفر می باشد که گویاست.

$-\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0$

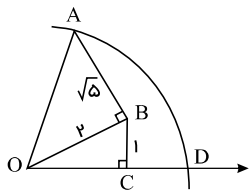
۲۲۳. باتوجه به شکل، اندازه  $CD$  کدام گزینه است؟

(۲)  $\sqrt{3}$

(۱) ۳

(۴)  $3 - \sqrt{3}$

(۳)  $3 + \sqrt{3}$



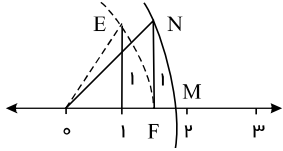
پاسخ: گزینه ۴

$OC^2 = OB^2 - BC^2 \rightarrow OC^2 = 2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3 \rightarrow OC = \sqrt{3}$

$OA^2 = AB^2 + OB^2 \rightarrow OA^2 = 2^2 + \sqrt{5}^2 = 4 + 5 = 9 \rightarrow OA = \sqrt{9} = 3 \rightarrow OA = OD = 3$

$CD = OD - OC = 3 - \sqrt{3}$

۲۲۴. در شکل زیر نقطه  $M$  چه عددی را نشان می‌دهد؟ (اندازه‌ی پاره‌خط‌های عمودی یک واحد می‌باشد)



$\sqrt{3}$  (۲)

$\sqrt{5}$  (۱)  
 $-\sqrt{2}$

$\sqrt{2}$  (۴)

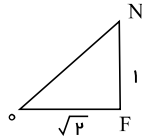
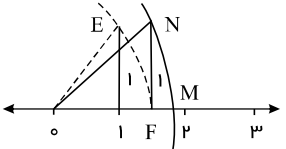
$\sqrt{5} - 1$  (۳)

پاسخ: گزینه ۲

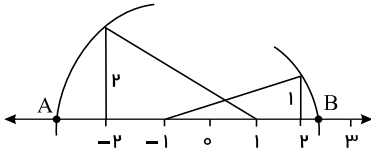
چون شعاع‌ها برابرند:  $OE^2 = 1^2 + 1^2 \rightarrow OE^2 = 1 + 1 = 2 \rightarrow OE = \sqrt{2} \rightarrow OE = OF = \sqrt{2}$

$ON^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 \rightarrow ON^2 = 2 + 1 = 3 \rightarrow ON = \sqrt{3}$

چون شعاع‌ها برابرند:



۲۲۵. در شکل زیر میانگین اعداد متناظر با نقاط  $A$  و  $B$  چه عددی است؟



$\frac{\sqrt{10} + \sqrt{13}}{2}$  (۲)

$\frac{\sqrt{13} - \sqrt{10}}{2}$  (۱)

$\frac{-\sqrt{13} - \sqrt{10}}{2}$  (۴)

$\frac{\sqrt{10} - \sqrt{13}}{2}$  (۳)

پاسخ: گزینه ۳

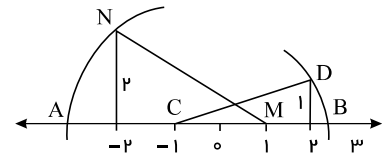
$MN^2 = 3^2 + 2^2 \rightarrow MN^2 = 9 + 4 = 13 \rightarrow MN = \sqrt{13}$

$\rightarrow MN = MA = \sqrt{13} \rightarrow A = 1 - \sqrt{13}$

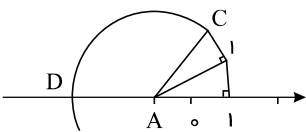
$CD^2 = 3^2 + 1^2 \rightarrow CD^2 = 9 + 1 = 10 \rightarrow CD = \sqrt{10}$

$\rightarrow CD = CB = \sqrt{10} \rightarrow B = -1 + \sqrt{10}$

میانگین =  $\frac{-1 + \sqrt{10} + 1 - \sqrt{13}}{2} = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{13}}{2}$



۲۲۶. در شکل مقابل به مرکز  $A$  و شعاع  $AC$  کمان زده‌ایم تا محور را در نقطه‌ی  $D$  قطع کند، نقطه‌ی  $D$  کدام عدد را مشخص می‌کند؟



$-1 - \sqrt{6}$  (۲)

$-2 - \sqrt{6}$  (۱)

$-1 + \sqrt{6}$  (۴)

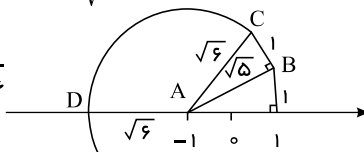
$-\sqrt{6}$  (۳)

پاسخ: گزینه ۲

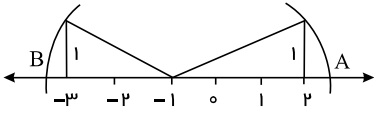
$AB^2 = 2^2 + 1^2 \rightarrow AB^2 = 4 + 1 = 5 \rightarrow AB = \sqrt{5}$

$AC^2 = 1^2 + (\sqrt{5})^2 \rightarrow AC^2 = 1 + 5 = 6 \rightarrow AC = \sqrt{6}$

$AC = AD = \sqrt{6}$  شعاع‌ها برابرند  $D = -1 - \sqrt{6}$



۲۲۷. در شکل زیر فاصله‌ی نقطه‌ی A تا B برابر است با:



$-\sqrt{10}$   
 $-\sqrt{5}$  (۴)

$\sqrt{10}$   
 $+\sqrt{5}$  (۳)

$\sqrt{5}$   
 $-\sqrt{10}$  (۲)

$\sqrt{10}$   
 $-\sqrt{5}$  (۱)

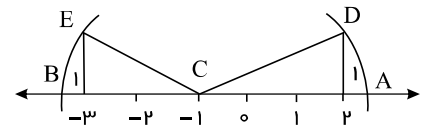
پاسخ: گزینه ۳

$CD^2 = 3^2 + 1^2 \rightarrow CD^2 = 9 + 1 = 10 \rightarrow CD = \sqrt{10}$

$CA = x_A - x_C \rightarrow \sqrt{10} = x_A - (-1) \rightarrow \sqrt{10} = x_A + 1 \rightarrow x_A = \sqrt{10} - 1$

$CE^2 = 2^2 + 1^2 \rightarrow CE^2 = 4 + 1 = 5 \rightarrow CE = \sqrt{5}$

$BC = x_C - x_B \rightarrow \sqrt{5} = -1 - x_B \rightarrow x_B = -1 - \sqrt{5}$



$AB = x_A - x_B = (\sqrt{10} - 1) - (-1 - \sqrt{5}) = \sqrt{10} - 1 + 1 + \sqrt{5} = \sqrt{10} + \sqrt{5}$

۲۲۸. اگر a و b اعدادی گنگ باشند کدام گزینه همواره درست است؟

$a^2 b \in Q'$  (۴)

$a - b \in Q'$  (۳)

$ab \in R$  (۲)

$a + b \in Q'$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲ مثال نقض برای سایر گزینه‌ها

گزینه ۱:  $a = 2 + \sqrt{2}, b = 2 - \sqrt{2} \Rightarrow a + b = 2 + \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 4 \notin Q'$

گزینه ۳:  $a = 2 + \sqrt{2}, b = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow a - b = 2 + \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} = 1 \notin Q'$

گزینه ۴:  $a = \sqrt[3]{3}, b = \sqrt[3]{3} \Rightarrow a^2 b = \sqrt[3]{3^2} \times \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{27} = 3 \notin Q'$

۲۲۹. طول و عرض یک مستطیل اعدادی گنگ هستند. در مورد این مستطیل کدام گزینه درست است؟

محیط این مستطیل همواره عددی گنگ است. (۲)

مساحت این مستطیل همواره عددی گویا است. (۱)

جذر مساحت این مستطیل همواره عددی گنگ است. (۴)

محیط این مستطیل می‌تواند گنگ یا گویا باشد. (۳)

پاسخ: گزینه ۳ در سایر گزینه‌ها با مثال:  $x = \text{طول}$  و  $y = \text{عرض}$

(۱)  $x = \sqrt{3}, y = \sqrt{2} \rightarrow S = x.y = \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6} \notin Q$

(۲)  $x = 1 - \sqrt{2}, y = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow p = 2(x + y) = 2(1 - \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2}) = 2 \times 2 = 4$

(۴)  $x = \sqrt{8}, y = \sqrt{2} \rightarrow S = \sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{16} = 4 \rightarrow \sqrt{S} = 2 \notin Q'$

۲۳۰. کدام یک از اعداد زیر اصم است؟ (گویا نیست)

$(\sqrt{4.5} + 2)(\sqrt{4.5} - 2)$  (۴)

$(\sqrt{4.5} - \sqrt{2})^2$  (۳)

$\frac{(\sqrt{2})^2}{(\sqrt{4.5})}$  (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4.5}}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

۱)  $\sqrt{\frac{2}{4.5}} = \sqrt{\frac{2}{9}} = \frac{\sqrt{2}}{3} \in Q$

۲)  $\frac{2}{\sqrt{4.5}} = \frac{2}{\sqrt{\frac{9}{2}}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{2}{3}\sqrt{2} \in Q'$

۳)  $(\sqrt{4.5} - \sqrt{2})^2 = 4.5 + 2\sqrt{9} + 2 = 6.5 - 6 = 0.5 = \frac{1}{2} \in Q$

۴)  $4.5 - 4 = 0.5 = \frac{1}{2} \in Q$

۲۳۱. کدام یک صحیح نیست؟

۱)  $\sqrt{3}$  گویا نیست چون نمی توان آن را مساوی عددی صحیح قرار داد.

۲) هر نقطه روی محور اعداد نمایانگر عددی حقیقی است.

۳) مجموعه‌ی اعداد اصم عبارتست از مجموعه‌ی اعداد حقیقی منهای مجموعه‌ی اعداد گویا.

۴) اگر  $n$  مجذور کامل نباشد  $\sqrt{n}$  گویا نیست.

پاسخ: گزینه ۱  $\sqrt{3}$  گویا نیست چون نمی توان آن را مساوی یک کسر متعارفی قرار داد چون اعداد گویا به صورت  $Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in Z, b \in N, b \neq 0 \right\}$  تعریف می‌شوند. سایر گزینه‌ها صحیح می‌باشند و سعی کنید آن‌ها را به خاطر بسپارید.

۲۳۲. کدام یک از اعداد زیر بین  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  و  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  قرار دارد؟

۱)  $\frac{3}{4}$

۲)  $\frac{3}{5}$

۳)  $\frac{5}{11}$

۴)  $\frac{9}{11}$

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا دو عدد  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  و  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  را به صورت تقریبی می‌نویسیم.

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \approx \frac{1.4}{2} \approx 0.7$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \approx \frac{1.7}{3} \approx 0.56$$

حال گزینه‌ها را به صورت اعشاری می‌نویسیم (با تقریب دو رقم اعشار):

$$\frac{3}{4} = 0.75$$

$$\frac{3}{5} = 0.6$$

$$\frac{5}{11} \approx 0.45$$

$$\frac{9}{11} \approx 0.81$$

پس گزینه ۲ بین  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  و  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  قرار دارد.

۲۳۳. چند تا از موارد زیر لزوماً عددی گنگ است؟

$$(a) 0.1020030004$$

(b) ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای با اضلاع گویا

(c) قطر مربعی به ضلع گویا

$$(d) (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{1396} (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{1396}$$

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱ عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم.

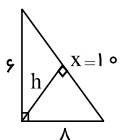
(a) عدد  $0.1020030004$  عددی گویا است.

(b) برای رد این عبارت از مثال نقض استفاده می‌کنیم. مثلث قائم‌الزاویه‌ای با اضلاع قائم ۶ و ۸ رسم می‌کنیم. با استفاده از رابطه فیثاغورس، وتر این مثلث را به دست می‌آوریم.

$$6^2 + 8^2 = x^2 \Rightarrow 36 + 64 = x^2$$

$$\Rightarrow 100 = x^2$$

$$\Rightarrow x = 10$$



حال ارتفاع وارد بر وتر را رسم می‌کنیم. باتوجه به مساحت مثلث، می‌توانیم مقدار  $h$  (ارتفاع وارد بر وتر) را به دست آوریم.

که عددی گویا است.

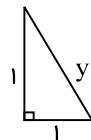
$$\frac{6 \times 8}{2} = \frac{10h}{2} \Rightarrow \frac{48}{2} = 5h \Rightarrow 48 = 10h \Rightarrow h = 4.8$$

اما از طرفی ممکن است ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای، گنگ باشد. مثل:



$$1^2 + 1^2 = y^2 \Rightarrow y = \sqrt{2}$$

$$\frac{1 \times 1}{2} = \frac{\sqrt{2} \times h}{2} \Rightarrow h = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



(c) اگر  $a$  عددی گویا باشد، در مثلث  $ABC$  با استفاده از قضیه فیثاغورس داریم:

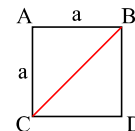
$$AB^2 + AC^2 = CB^2$$

$$\rightarrow a^2 + a^2 = CB^2$$

$$\rightarrow 2a^2 = CB^2$$

$$\rightarrow CB = \sqrt{2}a$$

طول قطر مربع برابر با  $\sqrt{2}a$  است چون  $a$  عددی گویا است پس  $\sqrt{2}a$  عددی گنگ است. (اما در حالت کلی گنگ نیست.)  
(d) با استفاده از اتحاد مزدوج داریم:



$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{1396} (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{1396} =$$

$$((\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2)^{1396} = (3 - 2)^{1396} = 1$$

که عددی گویا است.

۲۳۴. کدام یک از گزینه‌ها نادرست است؟

(۱) هر عدد صحیح، عددی است گویا.

(۲) اگر  $n$  مجذور کامل نباشد،  $\sqrt{n}$  گویا نیست. ( $n$  عددی طبیعی است.)

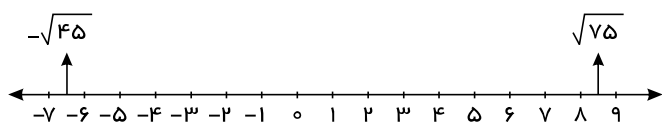
(۳) ۱۵ عدد صحیح بین  $5\sqrt{3}$  و  $3\sqrt{5}$  وجود دارد.

پاسخ: گزینه ۴ درست است. چون اعداد صحیح زیرمجموعه‌ای از اعداد گویا است و هر عدد صحیح عددی گویا نیز هست. گزینه ۲: درست است. برای  $n \in \mathbb{N}$  گویا است، اگر  $n$  مجذور کامل باشد و  $\sqrt{n}$  گنگ است اگر  $n$  مجذور کامل نباشد. گزینه ۳: درست است.

$$-3\sqrt{5} = -\sqrt{45}$$

$$5\sqrt{3} = \sqrt{75}$$

این دو عدد را به طور تقریبی روی محور نمایش می‌دهیم.



پس اعداد صحیح بین  $-\sqrt{45}$  و  $\sqrt{75}$ ، ۱۵ تا است. گزینه ۴: نادرست است. چون این کسرها با هم برابرند، ولی صورت‌ها و مخرج‌هایشان با هم برابر نیست.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$$

۲۳۵. اگر  $a$  و  $b$  مثبت باشند و  $\frac{1}{a^3} > \frac{1}{b^2}$  باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

(۱)  $a^2 b^3 < 1$

(۲)  $a^2 < b^3$

(۳)  $a^2 > b^3$

(۴)  $a^{-1} > b^{-1}$

پاسخ: گزینه ۱

چون دو طرف نامساوی مثبت‌اند، می‌توان به توان هر عدد زوج دلخواهی هم رساند. در این‌جا دو طرف را به توان ۶ می‌رسانیم:

$$a^{-\frac{1}{3}} > b^{\frac{1}{2}} \Rightarrow (a^{-\frac{1}{3}})^6 > (b^{\frac{1}{2}})^6 \Rightarrow a^{-2} > b^3 \xrightarrow{\times a^2} 1 > a^2 b^3$$

چون  $a^2$  مثبت است می‌توان طرفین را در  $a^2$  ضرب کرد، جهت عوض نمی‌شود.

۲۳۶.  $a, b, c, d, e$  پنج عدد حقیقی مثبت هستند. اگر داشته باشیم  $ae > bd < cd < ab < bc$  کدام عدد کوچک‌ترین عدد کدام است؟

(۱)  $a$

(۲)  $b$

(۳)  $c$

(۴)  $d$

پاسخ: گزینه ۴ دو عددی که از همه اعداد دوتایی کوچک ترند،  $bd$  و  $cd$  هستند که  $d$  در هر دو مشترک است، پس می توان گفت  $d$  کوچک ترین است. راه دیگر:

$$bd < cd \Rightarrow b < c \quad (1)$$

(می دانیم همه اعداد مثبت اند و تقسیم بر  $d$  جهت را عوض نمی کند.)

$$cd < bc \Rightarrow d < b \quad (2)$$

$$ab < ae \Rightarrow b < e \quad (3)$$

$$bd < ab \Rightarrow d < a \quad (4)$$

از (۱) و (۳) و (۴) معلوم می شود  $b$  از  $a$  و  $c$  و  $e$  کوچک تر است. از (۲) هم که  $d < b$  است پس  $d$  از همگی کوچک تر است.

۲۳۷. اگر  $A = \{x | -2 < x \leq 3\}$  و  $B = \{x | x < -1\}$ ، مجموعه  $A - B$  کدام است؟

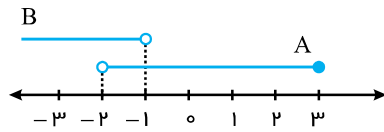
$$\{x | -2 < x \leq -1\} \quad (4)$$

$$\{x | -1 \leq x \leq 3\} \quad (3)$$

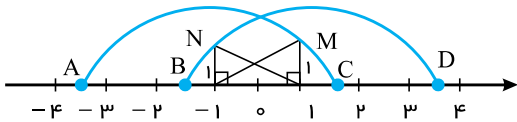
$$\{x | -1 < x < 3\} \quad (2)$$

$$\{x | -2 < x < -1\} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳ یعنی اعضای  $B$  را از  $A$  جدا کنیم، حاصل می شود: (عدد  $-1$  از  $A$  خارج نمی شود)  $-1 \leq x \leq 3$



۲۳۸. در شکل روبه رو، دو نیم دایره مساوی رسم کرده ایم که محور را در نقاط  $A, B, C, D$  قطع کرده اند. کدام نقطه  $-1 + \sqrt{5}$  را نشان می دهد؟



$$D \quad (2)$$

$$B \quad (1)$$

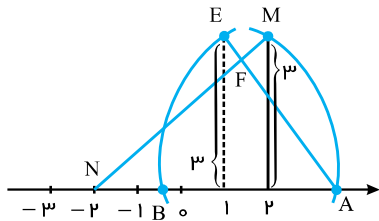
$$C \quad (4)$$

$$A \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴ عدد  $-1$  را حرف  $H$  فرض کنید:

$$HM^2 = 1^2 + 2^2 = 5 \Rightarrow HM = HC = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow C = -1 + \sqrt{5}$$



$$3 - \sqrt{8} \quad (2)$$

$$5 - 2\sqrt{3} \quad (1)$$

$$5 - \sqrt{13} \quad (4)$$

$$3 - \sqrt{13} \quad (3)$$

۲۳۹. نقطه  $B$  نمایش چه عددی است؟

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا  $A$  را حساب می کنیم:

$$NM^2 = 3^2 + 3^2 = 18 + 9 = 27 \Rightarrow NA = NM = \sqrt{27} \Rightarrow A = 3$$

$$AE^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13 \Rightarrow AE = AB = \sqrt{13} \Rightarrow B = 3 - \sqrt{13}$$

۲۴۰. اگر  $\alpha$  گویا و  $\beta$  گنگ باشد، کدام گزینه الزاماً عددی گنگ است؟

$$\alpha^2\beta + \beta \quad (4)$$

$$\beta^2\alpha + \alpha \quad (3)$$

$$\frac{1+\alpha}{\beta} \quad (2)$$

$$\alpha\beta \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴ بررسی گزینه ها:

گزینه ۱: اگر  $\alpha = 0$  باشد آنگاه حاصل  $\alpha\beta$  صفر می شود که عدد گویا است.

گزینه ۲: اگر  $\alpha = -1$  باشد  $1 + \alpha = 0$  و می دانیم کسری که صورتش صفر باشد برابر صفر است.

گزینه ۳: اگر  $\beta = \sqrt{2}$  باشد  $\beta^2 = 2$  و چون  $\alpha$  گویا است پس  $2\alpha + \alpha = 3\alpha$  نیز عددی گویا می شود.

گزینه ۴:  $\alpha^2\beta + \beta = (\alpha^2 + 1)\beta$  چون  $\alpha$  گویا است پس  $\alpha^2 + 1$  نیز عددی گویا و مثبت است ( $\alpha^2$  نامنفی است و مجموع آن با یک مثبت می شود) و ضرب عدد گویای غیر صفر در عددی گنگ همواره عددی گنگ است.

۲۴۱. عدد حقیقی  $k$  به عدد حقیقی  $x$  و پس از آن به دو برابر  $x$  افزوده می‌شود. هرگاه عدد دوم به تعداد  $k$  دفعه از مجذور عدد اول کسر شود، حاصل این عمل به ازای هر  $k$  و  $x$  چه خواهد بود؟

۱  $x$        ۲  $x^2$        ۳  $\frac{1}{x}$        ۴  $\frac{1}{x^2}$

پاسخ: گزینه ۲

$$k + x, k + 2x \Rightarrow (k + x)^2 - k(k + 2x) = x^2$$

۲۴۲. اگر  $a < 0$  و  $b < 0$ ، کدام عبارت همواره درست است؟

۱  $|a + b| = a - b$        ۲  $|a + b| = -a + b$        ۳  $|a + b| = a + b$        ۴  $|a + b| = -(a + b)$

پاسخ: گزینه ۴

$$a < 0, b < 0 \Rightarrow a + b < 0 \Rightarrow |a + b| = -(a + b)$$

۲۴۳. اگر  $|bc| = bc$ ، آنگاه کدام گزینه همواره درست است؟ ( $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ )

۱  $\frac{a}{bc} > 0$        ۲  $\frac{bc}{a^2} < 0$        ۳  $\frac{a^2}{bc} > 0$        ۴  $\frac{bc}{a} < 0$

پاسخ: گزینه ۳

$$|bc| = bc \Rightarrow bc > 0 \left. \begin{array}{l} \\ \text{همواره مثبت } a^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a^2}{bc} > 0$$

۲۴۴. اگر  $a < 0$  و  $b < 0$ ، کدام عبارت همواره درست است؟

۱  $|a + b| = a - b$        ۲  $|a + b| = -a + b$        ۳  $|a + b| = a + b$        ۴  $|a + b| = -(a + b)$

پاسخ: گزینه ۴

$$a < 0, b < 0 \Rightarrow a + b < 0 \Rightarrow |a + b| = -(a + b)$$

پس مجموع  $a$  و  $b$  حتماً منفی است و قرینه‌ی آن از قدر مطلق خارج می‌شود.

۲۴۵. اگر مجموعه‌های  $A = \{-5, 1\}$  و  $B = \{|x|, a\}$  با هم مساوی باشند حاصل  $-2|x| + a$  کدام است؟

۱  $-7$        ۲  $11$        ۳  $3$        ۴  $-9$

پاسخ: گزینه ۱ باید اعضای دو مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  با یکدیگر مساوی باشند و چون  $|x|$  نمی‌تواند عددی منفی باشد پس  $|x| = 1$  و  $a = -5$  است، در نتیجه:

$$-2|x| + a \xrightarrow{a=-5, |x|=1} -2 \times 1 + (-5) = -7$$

۲۴۶. عبارت  $\frac{a}{|a|} - \frac{b}{|b|}$  به ازای عددهای حقیقی و ناصفر  $a$  و  $b$  چند مقدار متمایز دارد؟

۱  $5$        ۲  $4$        ۳  $3$        ۴  $2$

پاسخ: گزینه ۳ اگر  $x \neq 0$  مقدار  $\frac{x}{|x|}$  برابر  $\pm 1$  است، پس همه‌ی مقدارهای ممکن  $\frac{a}{|a|} - \frac{b}{|b|}$  عبارت‌اند از:

$$-1 - 1 = -2, 1 + (-1) = 0, -1 + 1 = 0, 1 + 1 = 2$$

پس ۳ جواب ممکن داریم: ۲، ۰ و -۲

۲۴۷. بین  $x$  و  $y$ ، عدد بزرگتر همواره برابر است با:

۱  $\frac{1}{2}(x + y) + |x - y|$        ۲  $x - y + \frac{1}{2}|x + y|$        ۳  $\frac{1}{2}(|x - y| + x + y)$        ۴  $x + y + \frac{1}{2}|x - y|$

پاسخ: گزینه ۳ عبارت‌ها را در دو حالت  $x > y$  و  $x < y$  بررسی کنید.

$$x > y: \frac{1}{2}(\underbrace{|x - y|}_{\text{مثبت}} + x + y) = \frac{1}{2}(x - y + x + y) = x \quad \checkmark$$

$$y > x: \frac{1}{2}(\underbrace{|x - y|}_{\text{منفی}} + x + y) = \frac{1}{2}(-x + y + x + y) = y \quad \checkmark$$

۲۴۸. اگر  $|a + b| < |a| + |b|$ ، کدام گزینه صحیح است؟

۱  $a > 0, b > 0$        ۲  $a < 0, b < 0$        ۳  $ab < 0$        ۴  $ab = 0$

پاسخ: گزینه ۳ نکته: اگر  $ab < 0$  (هم علامت نباشند) می توان نوشت:

$$|a + b| < |a| + |b|$$

پس باتوجه به نکته بالا گزینه ۳ صحیح است.

۲۴۹. اگر  $x < 0$  آنگاه حاصل  $\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{4x^2}$  کدام است؟

- ۱  $x + 1$      
  ۲  $x - 1$      
  ۳  $-x - 1$      
  ۴  $-x + 1$

پاسخ: گزینه ۴ چون  $x$  عددی منفی است پس:

$$\sqrt{x^2 + 1 + \underbrace{4x^2}_{\text{منفی}}} = \sqrt{x^2 + 1 - 2x} = \sqrt{(x - 1)^2} = |x - 1| = -x + 1$$

۲۵۰. اگر  $x^2 < x$  و  $\sqrt{y^2} = -y$  باشد، در این صورت کدام یک همواره درست است؟

- ۱  $\frac{1}{x} < 1$      
  ۲  $xy > 0$      
  ۳  $xy \leq y$      
  ۴  $xy \leq 0$

پاسخ: گزینه ۴ می دانیم هرگاه عددی از مجذورش بزرگتر باشد مثبت و کوچکتر از یک است.

طبق فرض دوم سؤال  $y$  عددی منفی است (چون  $\sqrt{y^2} = |y| = -y$ ) پس حاصلضرب  $x$  در  $y$  عددی منفی است.

۲۵۱. به ازای چند عدد گویای  $b$ ،  $(b \neq 1)$  حاصل  $b + 1 + \frac{12}{|b - 1|}$  عددی صحیح است؟

- ۱ ۱۲     
  ۲ ۶     
  ۳ ۱۳     
  ۴ ۷

پاسخ: گزینه ۱ باید مخرج کسر  $\frac{12}{|b - 1|}$  مقسوم علیه های عدد ۱۲ شود تا حاصل کسر عددی صحیح شود پس باید یکی از اعداد زیر باشد:

$$b = \{2, 3, 4, 5, 7, 13, 0, -1, -2, -3, -5, -11\}$$

۲۵۲. همهی جفت هایی مثل  $(a, b)$  از عددها در نظر بگیرید که در شرط  $ab < 0$  صدق می کنند. کدام تساوی به ازای همهی این جفت ها درست است؟

- ۱  $|a| + a = 0$      
  ۲  $|b| + b = 0$      
  ۳  $|a + b| = ||a| - |b||$      
  ۴  $|a + b| = |a - b|$

پاسخ: گزینه ۳ چون  $a$  و  $b$  یکی منفی و دیگری مثبت است.

۲۵۳. حاصل جمع جواب های معادله  $|1 - |x|| - 5 = 4 - \frac{1}{3}|x|$  کدام است؟

- ۱ -۳     
  ۲ -۲     
  ۳ -۱     
  ۴ ۰

پاسخ: گزینه ۴ چون فقط  $|x|$  در معادله ی ظاهر شده بدون توجه به مقدار جواب معادله، اگر جواب  $a$  باشد پس  $-a$  جواب معادله است. پس مجموع جواب ها صفر می شود.

۲۵۴. اگر  $-2 < x < 3$ ، حاصل  $|x + 2| + |x^2 - 9|$  کدام است؟

- ۱  $2x^2 + 2x + 9$      
  ۲  $2x^2 + 2x - 9$      
  ۳  $2x - 9$      
  ۴  $2x + 9$

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا علامت عبارت های داخل قدر مطلق را باتوجه به  $-2 < x < 3$  مشخص می کنیم.

$$x + 2 \xrightarrow{-2 < x < 3} \text{مثبت}$$

$$x^2 - 9 \xrightarrow{-2 < x < 3} \text{منفی}$$

$$x|x + 2| + |x^2 - 9| = x(x + 2) - (x^2 - 9) \\ = x^2 + 2x - x^2 + 9 = 2x + 9$$

۲۵۵. اگر  $\sqrt{a^2 + 3} + a = 4$  باشد، حاصل  $2\sqrt{a^2 + 3} - 2a$  چیست؟

- ۱ ۸     
  ۲ ۱۶     
  ۳  $\frac{3}{2}$      
  ۴  $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۳ به توان ۲ می رسانیم:

$$\sqrt{a^2 + 3} + a = 4 \Rightarrow \sqrt{a^2 + 3} = 4 - a$$

$$(\sqrt{a^2 + 3})^2 = (4 - a)^2 \Rightarrow \sqrt{(a^2 + 3)^2} = (4 - a)^2$$

$a^2 + 3$  همواره مثبت است:

$$\Rightarrow |a^2 + 3| = 16 - 8a + a^2$$

$$\Rightarrow \cancel{a^2} + 3 = 16 - 8a + \cancel{a^2} \Rightarrow 8a = 13 \Rightarrow a = \frac{13}{8}$$

از طرفی:

$$2\sqrt{a^2 + 3} - 2a, \sqrt{a^2 + 3} = 4 - a \Rightarrow 2(4 - a) - 2a$$

$$= 8 - 2a - 2a$$

$$= 8 - 4a$$

$$= 8 - 4 \times \frac{13}{8} = 8 - \frac{13}{2} = \frac{3}{2}$$

۲۵۶. اگر  $x > 2$  باشد، حاصل عبارت  $\sqrt{(-x+1)^2} - \sqrt{(x-2)^2}$  کدام گزینه است؟

۱ [۴]

۲ [۳]

۳ [۲]

۴ [۱]

پاسخ: گزینه ۳ باتوجه به اینکه  $\sqrt{n^2} = |n|$  این دو عبارت را به صورت نماد قدر مطلق می‌نویسیم.

$$\sqrt{(-x+1)^2} - \sqrt{(x-2)^2} = |-x+1| - |x-2| \quad (1)$$

$$|-x+1| \frac{x>2}{-x+1<0} - (-x+1) = x-1$$

$$|x-2| \frac{x>2}{x-2>0} \xrightarrow{\text{با جایگذاری در رابطه (1)}} x-1 - (x-2) = x-1 - x+2 = 1$$

۲۵۷. حاصل عبارت  $|2 - \sqrt{7}| + \sqrt{7}|1 - \sqrt{7}| - \sqrt{7}|$  کدام گزینه است؟

۱ [۴]

۲ [۳]

۳ [۲]

۴ [۱]

پاسخ: گزینه ۲ حاصل  $|2 - \sqrt{7}|$  چون  $2 > \sqrt{7}$  است، پس علامت  $2 - \sqrt{7}$  منفی است. همچنین  $|1 - \sqrt{7}|$  چون  $1 < \sqrt{7}$  است، پس علامت این عبارت نیز منفی است.

$$\begin{aligned} |2 - \sqrt{7}| + \sqrt{7}|1 - \sqrt{7}| - \sqrt{7}| &= -(2 - \sqrt{7}) - \sqrt{7}(1 - \sqrt{7}) \\ &= \sqrt{7} - 2 - \sqrt{7} + 7 = 5 \end{aligned}$$

۲۵۸. مقدار  $x$  برابر با کدام گزینه است؟

$$|x - 5| = |2x + 7|$$

۱ [۴]

۲ [۳]

۳ [۲]

۴ [۱]

$$|x - 5| = |2x + 7| \text{ گزینه ۱: پاسخ}$$

$$\rightarrow x - 5 = \pm(2x + 7) \rightarrow \begin{cases} x - 5 = 2x + 7 \rightarrow -x = +12 \rightarrow x = -12 \\ x - 5 = -2x - 7 \rightarrow 3x = -2 \rightarrow x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

۲۵۹. اگر  $xyz \neq 0$  و  $m = \sqrt{-x^2 y^3 z^5}$  یک عدد حقیقی باشد، آن‌گاه کدام یک از تساوی‌های زیر، همواره درست است؟

$$m = -yz\sqrt{-x^2 y^3 z^3} \quad [۴]$$

$$m = xy\sqrt{-yz^5} \quad [۳]$$

$$m = z\sqrt{-x^2 y^3 z^3} \quad [۲]$$

$$m = -x\sqrt{y^3 z^5} \quad [۱]$$

پاسخ: گزینه ۴

$$m = \sqrt{-x^2 y^3 z^5} \Rightarrow -x^2 y^3 z^5 \geq 0 \Rightarrow y^3 z^5 \leq 0 \rightarrow yz < 0$$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱:  $m = -x\sqrt{y^3 z^5}$  این گزینه نادرست است زیرا علامت  $x$  نامشخص است و به صورت  $m = |x|\sqrt{-y^3 z^5}$  می‌باشد اگر  $x > 0$  باشد در این صورت گزینه نادرست و اگر  $x < 0$  باشد گزینه درست است پس نمی‌توان گفت این گزینه همواره درست است.

گزینه ۲: در این گزینه نمی‌توان گفت همواره صحیح است زیرا علامت  $z$  نامشخص است و  $m = |z|\sqrt{-x^2 y^3 z^3}$  است. اگر  $z > 0$  باشد گزینه ۲ درست و  $z < 0$  باشد گزینه ۲

نادرست است.

گزینه ۳: مشابه دو گزینه قبل علامت  $xy$  نامشخص است و  $m = |xy|\sqrt{-yz^5}$   
گزینه ۴:  $yz < 0$  است لذا:

$$m = \sqrt{-x^2 y^3 z^5} = |yz|\sqrt{-x^2 yz^3} \Rightarrow -yz\sqrt{-x^2 yz^3}$$

۲۶۰. اگر  $|a| + |b| = |a + b|$  آن گاه حاصل  $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|}$  چند مقدار مختلف می تواند باشد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ همان طور که در درسنامه دیدیم: اگر  $|a| + |b| = |a + b|$  باشد یعنی  $a$  و  $b$  هم علامت هستند! یا هر دو منفی اند یا هر دو مثبت اند، پس  $\frac{a}{|a|}, \frac{b}{|b|}$  یا هر دو ۱ هستند یا هر دو -۱ یعنی ۲ مقدار مختلف از عبارت مورد نظر به دست می آید.

۲۶۱. مجموع قدر مطلق ریشه های حقیقی معادله مقابل کدام عدد است؟

$$|x| + |x - 1| = 3$$

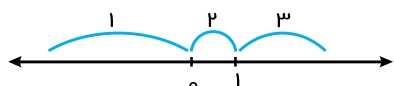
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۴



معادله را در ۳ حالت حل می کنیم (چون با این سه حالت علامت عبارت های داخل قدرمطلق دسته بندی و مشخص می شود): این حالت ها را با توجه به ریشه عبارت های داخل قدرمطلق معلوم می کنیم؛ که در این جا صفر و ۱ هستند؛

$$(1) \quad x < 0 \Rightarrow |x| + |x - 1| = 3 \Rightarrow -x - (x - 1) = 3 \Rightarrow -x - x + 1 = 3 \Rightarrow -2x = 2 \Rightarrow x = -1 \in (1)$$

$$(2) \quad 0 < x < 1 \Rightarrow |x| + |x - 1| = 3$$

$$\Rightarrow x - (x - 1) = 3 \Rightarrow x - x + 1 = 3 \Rightarrow 1 = 3$$

امکان ندارد، در این حالت معادله جوابی ندارد.

$$(3) \quad x > 1 \Rightarrow |x| + |x - 1| = 3 \Rightarrow x + x - 1 = 3 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \in (3)$$

این جواب هم قابل قبول است.

مجموع قدرمطلق ریشه ها:

$$|-1| + |2| = 3$$

(اعتراف): این سؤال خیلی دبیرستانی بود! و احتمال اینکه در آزمون های ورودی مشابه آن استفاده شود، پایین است. خیلی وقت نگذارید و اولویت اول شما چنین سؤالی نباشد!

۲۶۲. کوچک ترین و ساده ترین کسر متعارفی را یافته ایم که خارج قسمت تقسیم آن بر هر یک از کسرهای  $\frac{10}{21}, \frac{5}{14}, \frac{6}{7}$  عددی صحیح باشد؛ در این

صورت مجموع صورت و مخرج این کسر چیست؟

۴۹ (۴)

۳۹ (۳)

۴۷ (۲)

۳۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ این کسر را  $\frac{a}{b}$  فرض می کنیم، در این صورت:

$$\frac{a}{b} \div \frac{10}{21} = \frac{a}{b} \times \frac{21}{10} \Rightarrow$$

$a$  مضرب ۱۰ و  $b$  مقسوم علیه ۲۱ است.

$$\frac{a}{b} \div \frac{5}{14} = \frac{a}{b} \times \frac{14}{5} \in \mathbb{Z}$$

باید  $a$  مضرب ۵ باشد و  $b$  مقسوم علیه ۱۴

$$\frac{a}{b} \div \frac{6}{7} = \frac{a}{b} \times \frac{7}{6} \in \mathbb{Z}$$

باید  $a$  مضرب ۶ باشد و  $b$  مقسوم علیه ۷

برای این که کوچک ترین مقدار  $\frac{a}{b}$  را بیابیم باید کوچک ترین مقدار  $a$  (یعنی ک.م.م. ۵ و ۶ و ۱۰) و بزرگ ترین مقدار  $b$  را بیابیم (یعنی ب.م.م. ۱۴ و ۷ و ۲۱)

$$\text{پس } a = ۳۰ \text{ و } b = ۷ \text{ پس } \frac{a}{b} = \frac{۳۰}{۷} \text{ و } a + b = ۳۷$$

۲۶۳. مورچه‌ها مقداری غذا در انبار ذخیره کرده بودند. آن‌ها روز اول  $\frac{1}{5}$  ذخیره انبار، به انبار اضافه کردند. همان شب  $\frac{1}{6}$  ذخیره انبار را مصرف کردند. روز دوم  $\frac{1}{7}$  ذخیره به انبارشان اضافه کردند و همان شب  $\frac{1}{8}$  ذخیره انبار را مصرف کردند؛ به همین ترتیب روز سوم  $\frac{1}{9}$  اضافه و همان شب  $\frac{1}{10}$  مصرف کردند. در انتهای روز صدم، نسبت ذخیره انبار مورچه‌ها به ذخیره آن‌ها در انتهای روز اول، چقدر خواهد شد؟

۱۴  $\frac{505}{609}$

۱۳  $\frac{170}{230}$

۲  $\frac{5}{105}$

۱  $\frac{1}{100}$

پاسخ: گزینه ۳ یعنی مورچه‌ها هم اینقدر ریاضی بلد بودند؟!

فرض کنیم غذایی که در ابتدا ذخیره بوده است ۱ باشد (واحد کامل در نظر می‌گیریم):

$$\text{روز اول: } 1 + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\text{شب اول: } \frac{1}{6} \times \frac{6}{5} = \frac{1}{5} \rightarrow \frac{6}{5} - \frac{1}{5} = \frac{5}{5}$$

یعنی در انتهای شب اول مقدار ذخیره غذا تغییری نکرده است.

$$\text{روز دوم: } 1 + \frac{1}{7} = \frac{8}{7}$$

$$\text{شب دوم: } \frac{1}{8} \times \frac{8}{7} = \frac{1}{7} \rightarrow \frac{8}{7} - \frac{1}{7} = 1$$

در انتهای شب دوم هم ذخیره تغییری نداشته است.

$$\text{انتهای روز صدم: } 1 + \frac{1}{203} = \frac{204}{203}$$

(روز اول  $\frac{1}{5}$ ، روز دوم  $\frac{1}{7}$ ، ... روز صدم؟ صدمین عدد فرد با شروع از ۵ می‌شود ۲۰۳. اگر از ۱ شروع می‌کردیم صدمی ۱۹۹ می‌شد ولی ۲ تا بیش‌تر جلو می‌رویم!)

انتهای روز اول  $\frac{6}{5}$  بود! پس نسبت ذخیره نهایی به ذخیره در انتهای روز اول، برابر است با:

$$\frac{204}{203} \div \frac{6}{5} = \frac{204}{203} \times \frac{5}{6} = \frac{170}{203}$$

۲۶۴. حاصل  $A = \frac{|x|}{x} + \frac{|y|}{y} + \frac{|xy|}{xy}$  چند مقدار مختلف دارد؟ ( $x$  و  $y$  اعداد حقیقی غیر صفر هستند.)

۱۴ بی‌شمار

۱۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

پاسخ: گزینه ۲ باید قدرمطلق‌ها را حذف کنیم.

$$\Rightarrow \begin{cases} x > 0 \Rightarrow |x| = x \\ y > 0 \Rightarrow |y| = y \\ xy > 0 \Rightarrow |xy| = xy \end{cases} \Rightarrow A = \frac{x}{x} + \frac{y}{y} + \frac{xy}{xy} = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > 0 \Rightarrow |x| = x \\ y < 0 \Rightarrow |y| = -y \\ xy < 0 \Rightarrow |xy| = -xy \end{cases} \Rightarrow A = \frac{x}{x} + \frac{-y}{y} + \frac{-xy}{xy} = 1 - 1 - 1 = -1$$

$$x \text{ منفی و } y \text{ مثبت باشد} \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \Rightarrow |x| = -x \\ y > 0 \Rightarrow |y| = y \\ xy < 0 \Rightarrow |xy| = -xy \end{cases} \Rightarrow A = \frac{-x}{x} + \frac{y}{y} + \frac{-xy}{xy} = -1 + 1 - 1 = -1$$

$$x \text{ و } y \text{ هر دو منفی باشد} \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \Rightarrow |x| = -x \\ y < 0 \Rightarrow |y| = -y \\ xy > 0 \Rightarrow |xy| = xy \end{cases} \Rightarrow A = \frac{-x}{x} + \frac{-y}{y} + \frac{xy}{xy} = -1 - 1 + 1 = -1$$

پس در کل ۲ جواب متفاوت -۱ و ۳ را داریم.

۲۶۵. تعداد جواب‌های معادله  $|1 + |x + 2|| = 7$  برابر است با:

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) جواب ندارد.

پاسخ: گزینه ۲

$$|1 + |x + 2|| = 7 \Rightarrow \begin{cases} 1 + |x + 2| = 7 \Rightarrow |x + 2| = 6 \Rightarrow \begin{cases} x + 2 = 6 \\ x + 2 = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -8 \end{cases} \\ 1 + |x + 2| = -7 \Rightarrow |x + 2| = -8 \Rightarrow \text{غیرممکن است چون سمت چپ (بدلیل داشتن قدرمطلق) نامنفی است.} \end{cases}$$

۲۶۶. اگر  $-3 < x < -2$  باشد، ساده شده عبارت  $\sqrt{x^2 - 4|x| + 4} + \sqrt{(|x + 2| - 1)^2}$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $x - 1$       ۲ (۲)  $x + 1$       ۳ (۳) ۱      ۴ (۴) ۳

پاسخ: گزینه ۳

$$-3 < x < -2 \Rightarrow \overbrace{|x|}^{\text{منفی}} = -x, \overbrace{|x + 2|}^{\text{منفی}} = -x - 2$$

$$\sqrt{x^2 + 4x + 4} + \sqrt{(-x - 2 - 1)^2} \Rightarrow \sqrt{(x + 2)^2} + \sqrt{(-x - 3)^2} = \overbrace{|x + 2|}^{\text{منفی}} + \overbrace{|-x - 3|}^{\text{منفی}} = -x - 2 + x + 3 = 1$$

۲۶۷. با شرط  $x < -1$  حاصل  $|1 - |x|| + \sqrt{x^2}$  کدام گزینه است؟

- ۱ (۱)  $2x - 1$       ۲ (۲)  $-2x - 1$       ۳ (۳)  $-1$       ۴ (۴) ۱

پاسخ: گزینه ۲ چون  $x$  منفی است پس  $|x| = -x$  می‌باشد پس  $|1 - |x|| = |1 + x|$  و چون  $x < -1$  است پس  $1 + x < 0$  بنابراین  $|1 + x| = -(1 + x)$  و از آن جا که  $\sqrt{x^2} = |x| = -x$  می‌باشد پس:

$$|1 - |x|| + \sqrt{x^2} = -(1 + x) - x = -1 - 2x$$

۲۶۸. اگر  $A = \left\{ \frac{2x}{1 - |x|} \mid x \in \mathbb{Z}, -4 < x \leq 2 \right\}$  باشد، تفاضل بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو مجموعه  $A$ ، کدام است؟

- ۱ (۱) ۱      ۲ (۲) ۶      ۳ (۳) ۷      ۴ (۴) ۸

پاسخ: گزینه ۴

$$A = \left\{ \frac{2x}{1 - |x|} \mid x \in \mathbb{Z}, \underbrace{-4 < x \leq 2}_{x = -3, -2, -1, 0, 1, 2} \right\} = \left\{ \frac{2 \times (-3)}{1 - |-3|}, \frac{2 \times (-2)}{1 - |-2|}, \frac{2 \times (-1)}{1 - |-1|}, \frac{2 \times 0}{1 - |0|}, \frac{2 \times 1}{1 - |1|}, \frac{2 \times 2}{1 - |2|} \right\}$$

$$= \left\{ \frac{-6}{-2}, \frac{-4}{-1}, \frac{-2}{0}, 0, \frac{2}{0}, \frac{4}{-1} \right\} = \left\{ 3, \underbrace{4}_{\text{بزرگترین}}, 0, \underbrace{-4}_{\text{کوچکترین}} \right\}$$

$$\text{تفاضل} = 4 - (-4) = 8$$

۲۶۹. اگر  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -8 \leq x < 5\}$  و  $B = \{x \in A \mid |x| \notin A\}$  کدام یک از مجموعه‌های زیر با مجموعه  $B$  مساوی هست؟

- ۱ (۱)  $\{x - 1 \mid x \in A, -7 \leq x < -3\}$       ۲ (۲)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid -8 \leq x \leq -4\}$   
 ۳ (۳)  $\{x + 1 \mid x \in A, -9 \leq x \leq -6\}$       ۴ (۴) گزینه‌های الف و ج

پاسخ: گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

$$A = \{-8, -7, -6, \dots, 2, 3, 4\} \Rightarrow B = \{-8, -7, -6, -5\}$$

گزینه ۱:

$$\{-8, -7, -6, -5\} = \{-7 - 1, -6 - 1, -5 - 1, -4 - 1\}$$

گزینه ۲:

$$\{-8, -7, -6, -5, -4\}$$



گزینه ۳:

$$\{-8, -7, -6, -5\} = \{-9+1, -8+1, -7+1, -6+1\}$$

پس پاسخ گزینه ۴ می باشد.

۲۷۰. اگر  $a < 0 < b$  باشد، آن گاه حاصل  $|a - b| + \left| \frac{b}{2} - \frac{a}{2} \right|$  کدام است؟

$$\frac{-a}{2} + \frac{b}{2} \quad \text{Ⓕ}$$

$$\frac{-3a}{2} + \frac{3b}{2} \quad \text{Ⓖ}$$

$$\frac{+a}{2} - \frac{b}{2} \quad \text{Ⓗ}$$

$$\frac{3a}{2} - \frac{3b}{2} \quad \text{Ⓓ}$$

پاسخ: گزینه ۳

$$\left. \begin{array}{l} \text{منفی} \\ |a - b| = -a + b \\ \text{می دانیم: } a < b \rightarrow a - b < 0 \\ \text{مثبت} \\ \left| \frac{b}{2} - \frac{a}{2} \right| = \frac{b}{2} - \frac{a}{2} \\ a < b \rightarrow \frac{a}{2} < \frac{b}{2} \rightarrow \frac{b}{2} - \frac{a}{2} > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow -a + b + \frac{b}{2} - \frac{a}{2} = \frac{-3a}{2} + \frac{3b}{2}$$

۲۷۱. اگر  $0 < a < b$  باشد حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{\left| \frac{a}{2} - \frac{b}{2} \right| + \frac{a}{2}}{|2b - a| + a}$$

$$2 \quad \text{Ⓕ}$$

$$1 \quad \text{Ⓖ}$$

$$\frac{1}{4} \quad \text{Ⓗ}$$

$$\frac{1}{2} \quad \text{Ⓓ}$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{صورت سوال: } \underbrace{\left| \frac{a}{2} - \frac{b}{2} \right|}_{\text{منفی}} = -\frac{a}{2} + \frac{b}{2} \quad (a < b \rightarrow \frac{a}{2} < \frac{b}{2} \rightarrow \frac{a}{2} - \frac{b}{2} < 0)$$

$$\text{مخرج سوال: } \underbrace{|2b - a|}_{\text{مثبت}} = 2b - a \quad (a < b \rightarrow a < 2b \rightarrow 2b - a > 0)$$

حاصل عبارت برابر است با:

$$\frac{\cancel{\frac{a}{2}} + \frac{b}{2} + \cancel{\frac{a}{2}}}{2b - \cancel{a} + \cancel{a}} = \frac{\frac{b}{2}}{2b} = \frac{1}{4}$$

۲۷۲. حاصل عبارت مقابل کدام است؟ ( $m$  و  $n$  اعدادی صحیح هستند).

$$|(-1)^m| - |3| - |-6| + |(-1)^n| = ?$$

$$5 \quad \text{Ⓕ}$$

$$-5 \quad \text{Ⓖ}$$

$$3 \quad \text{Ⓗ}$$

$$-3 \quad \text{Ⓓ}$$

پاسخ: گزینه ۱

$$|(-1)^m| - |3| - |-6| + |(-1)^n| = \underbrace{|1 - 3|}_{-2} - |-6| + |1| = 2 - 6 + 1 = -3$$

از طرفی می دانیم:

$$|(-1)^m| = 1$$

$$|(-1)^n| = 1$$

۲۷۳. حاصل عبارت زیر چند است؟

$$\frac{5 - 2\sqrt{6}}{3 - \sqrt{6}} \times (\sqrt{9 - \sqrt{54}})^{-2}$$

$$9 \quad \text{Ⓕ}$$

$$\frac{1}{9} \quad \text{Ⓖ}$$

$$3 - \sqrt{6} \quad \text{Ⓗ}$$

$$3\sqrt{6} - 3 \quad \text{Ⓓ}$$

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{5 - 2\sqrt{6}}{3 - \sqrt{6}} \times \frac{3 + \sqrt{6}}{3 + \sqrt{6}} = \frac{15 + 5\sqrt{6} - 6\sqrt{6} - 12}{9 - 6} = \frac{3 - \sqrt{6}}{3} = 1 - \frac{1}{3}\sqrt{6}$$

$$(\sqrt{9} - \sqrt{54})^{-2} = \frac{1}{(\sqrt{9} - 3\sqrt{6})^2} = \frac{1}{|9 - 3\sqrt{6}|} = \frac{1}{3|3 - \sqrt{6}|} = \frac{1}{3(3 - \sqrt{6})} \rightarrow \text{حاصل عبارت مورد نظر} : \frac{3 - \sqrt{6}}{3(3 - \sqrt{6})} = \frac{1}{9}$$

۲۷۴. اگر  $a$  و  $b$  دو عدد گویا باشند به طوری که  $|a| > |b|$  و  $(a+b) \in \mathbb{Z}$  و  $(a-b) \in (\mathbb{Q} - \mathbb{Z})$ ، در این صورت چند تا از گزاره‌های زیر می‌تواند

درست باشد؟

•  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Z}$

•  $\frac{a}{b} \in (\mathbb{Q} - \mathbb{Z})$

•  $a = -2b$

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۱ با ارائه مثال‌های می‌بینیم که  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Z}$  و  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$  می‌تواند درست باشد. و همواره  $a \neq -2b$ .

به عنوان مثال:  $a = \frac{2}{3}$  و  $b = \frac{1}{3}$  در این صورت  $a+b = 1 \in \mathbb{Z}$  و  $a-b = \frac{1}{3} \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$  اما  $\frac{a}{b} = \frac{2}{1} \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$  و همواره نادرست است زیرا اگر درست باشد

یعنی  $a + 2b = 0$  از طرفی طبق فرض مسئله  $a + b \in \mathbb{Z}$  پس:

$$\underbrace{a+b}_{\in \mathbb{Z}} + b = 0 \Rightarrow b = -(a+b) \in \mathbb{Z}$$

و چون  $a+b \in \mathbb{Z}$  است  $b \in \mathbb{Z}$  پس  $a \in \mathbb{Z}$  و یعنی هر دو عدد  $a$  و  $b$  اعداد صحیح هستند.

پس تناقض آن‌ها صحیح است.  $a-b \notin \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$  پس  $a \neq -2b$ .

۲۷۵. اگر  $\overline{ab} \div \overline{ba} = \frac{5}{6}$  حاصل  $a+b$  کدام است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{\overline{ab}}{99} \div \frac{\overline{ba}}{99} = \frac{5}{6}$$

$\overline{ab}$  و  $\overline{ba}$  اعداد دو رقمی و  $a$  و  $b$  اعداد حسابی یک رقمی می‌باشند، بنابراین  $\overline{ab} = 10a + b$  و  $\overline{ba} = 10b + a$ . با جایگذاری این دو مقدار در تساوی قبل:

$$\frac{10a+b}{99} \div \frac{10b+a}{99} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{10a+b}{10b+a} \times \frac{99}{99} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{10a+b}{10b+a} = \frac{5}{6} \Rightarrow 60a + 6b = 50b + 5a \Rightarrow 55a = 44b \Rightarrow 5a = 4b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4}{5}$$

$\frac{4}{5}$  با کسرهای  $\frac{8}{10}$ ،  $\frac{12}{15}$  و ... مساوی است اما اگر  $\frac{a}{b}$  بخواید با کسر دیگری به جز  $\frac{4}{5}$  مساوی باشد یک رقمی بودن  $a$  و  $b$  لحاظ نشده است پس باید  $a = 4$  و  $b = 5$  باشد و در

نتیجه  $a+b = 9$  می‌شود.

۲۷۶. اگر بسط اعشاری  $2,1\overline{3}$  با کسر  $\frac{a+2}{3a-1}$  برابر باشد، عدد گویای  $a$  کدام است؟

$\frac{81}{62}$  (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

$\frac{62}{81}$  (۲)

$\frac{2}{3}$  (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$2,1\overline{3} = 2 + \frac{13-1}{90} = 2 + \frac{12}{90} = 2 + \frac{2}{15} = \frac{32}{15}$$

$$\frac{a+2}{3a-1} = \frac{32}{15} \Rightarrow 96a - 32 = 15a + 30 \Rightarrow 81a = 62 \Rightarrow a = \frac{62}{81}$$