

بنا م خداوند جان آفرین که سخن در زبان آید



## ریاضی و آمار (۱)

پایه دهم

علوم انسانی و معارف

فصل ۴

تهیه و تنظیم : مجید قادری

دبیر ریاضی از بندرعباس

شماره تماس ۰۹۱۷۷۶۳۵۱۶۵



نمودارهای یک متغیره



نمودارهای چند متغیره



@MATHCLASS2



Majid.ghaderi.mathclass.2

## نمودارهای چند متغیره

فصل ۴

درس ۲

نمودار، ابزاری تصویری است که برای توصیف و نمایش داده های جمع آوری شده به کار برده می شود. در این درس اهداف زیر دنبال می شود:

### اهداف

- آشنایی با دلیل ضرورت استفاده از نمودار چندمتغیره
- آشنایی با نمودار حبابی، رسم و کاربرد آن
- آشنایی با نمودار راداری، رسم و کاربرد آن

فعالیت صفحه ۱۱۰ کتاب درسی

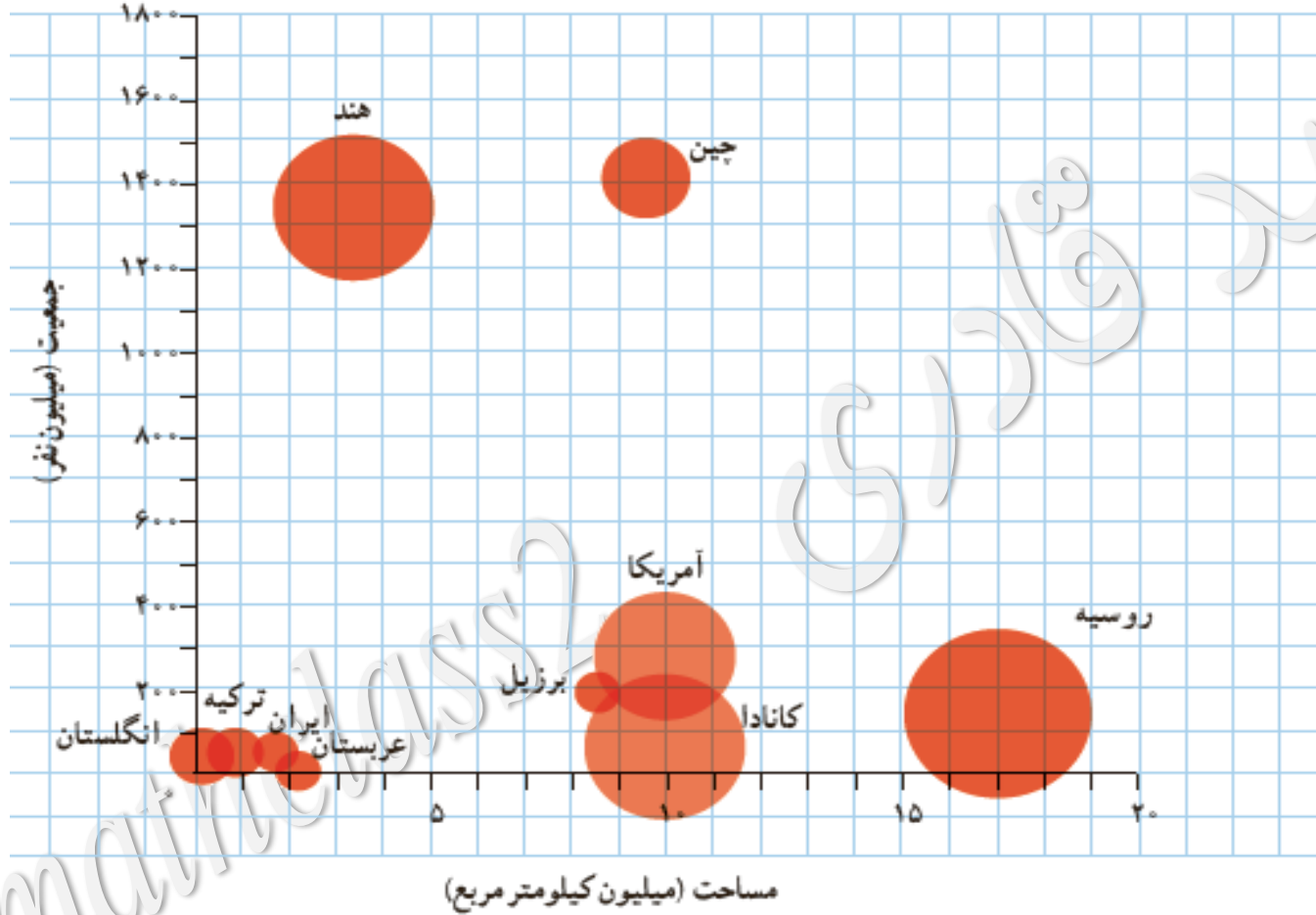
نام کشور	جمعیت (نفر)	مساحت (کیلومتر مربع)	آبها (درصد)
۱ ایران	۷۹,۲۰۰,۰۰۰	۱,۶۴۸,۱۹۵	۰/۷۰
۲ آمریکا	۳۲۲,۳۶۹,۳۱۹	۹,۸۵۷,۳۰۶	۷/۱۰
۳ انگلستان	۶۴,۷۱۶,۰۰۰	۲۴۲,۴۹۵	۱/۳۴
۴ برزیل	۲۰۵,۳۳۸,۰۰۰	۸,۵۱۵,۷۶۷	۰/۶۵
۵ ترکیه	۷۹,۴۶۳,۶۶۳	۸۱۴,۵۷۸	۱/۳۰
۶ چین	۱,۳۷۶,۰۴۹,۰۰۰	۹,۵۹۶,۹۶۱	۲/۸۰
۷ روسیه	۱۴۴,۱۹۲,۴۵۰	۱۷,۰۹۸,۲۴۲	۱۳/۰۰
۸ عربستان	۳۰,۷۷۰,۳۷۵	۲,۱۴۹,۶۹۰	۰/۷۰
۹ کانادا	۳۶,۰۴۸,۵۲۱	۹,۹۸۴,۶۷۰	۸/۹۲
۱۰ هند	۱,۲۷۶,۲۶۷,۰۰۰	۳,۲۸۷,۲۶۳	۹/۶۰

پوریا علاقه زیادی به جغرافیا دارد. او فهرستی از مقادیر سه متغیر مربوط به ۱۰ کشور را تهیه کرده و در جدول مقابل نمایش داده است.

آیا راهی وجود دارد تا هر سه متغیر مربوط به این کشورها را به طور همزمان فقط در یک نمودار نشان دهد؟

پله، او می تواند پراکنش نگاشت جمعیت در مقابل مساحت کشورها را رسم کرده و اندازه نقطه های نمودار را متناسب با درصد آب های کشورها رسم کند. مانند آنچه در اسلاید بعد می بینیم.

فعالیت صفحه ۱۱۰ کتاب درسی



به این نوع نمودار، نمودار حبابی می گوئیم.

صفحه ۱۱ کتاب درسی

## نمودار حبابی (Bubble chart)

نمودارهای حبابی را می توان گونه خاصی از پراکنش نگاشت دانست که برای نمایش همزمان سه متغیر عددی به کار می روند و در آنها به جای نقطه از دایره های توپر استفاده می شود.

هر نقطه یا دایره در نمودار حبابی، در واقع یک سه تایی مرتب به صورت  $(v_1, v_2, v_3)$  را مشخص می کند، که در آن داریم:

- $v_1$ : موقعیت نقطه روی محور افقی،
- $v_2$ : موقعیت نقطه روی محور عمودی،
- $v_3$ : اندازه نقطه (مساحت دایره).

متغیر سوم در نمودارهای حبابی نباید دارای مقادیر منفی یا صفر باشد.

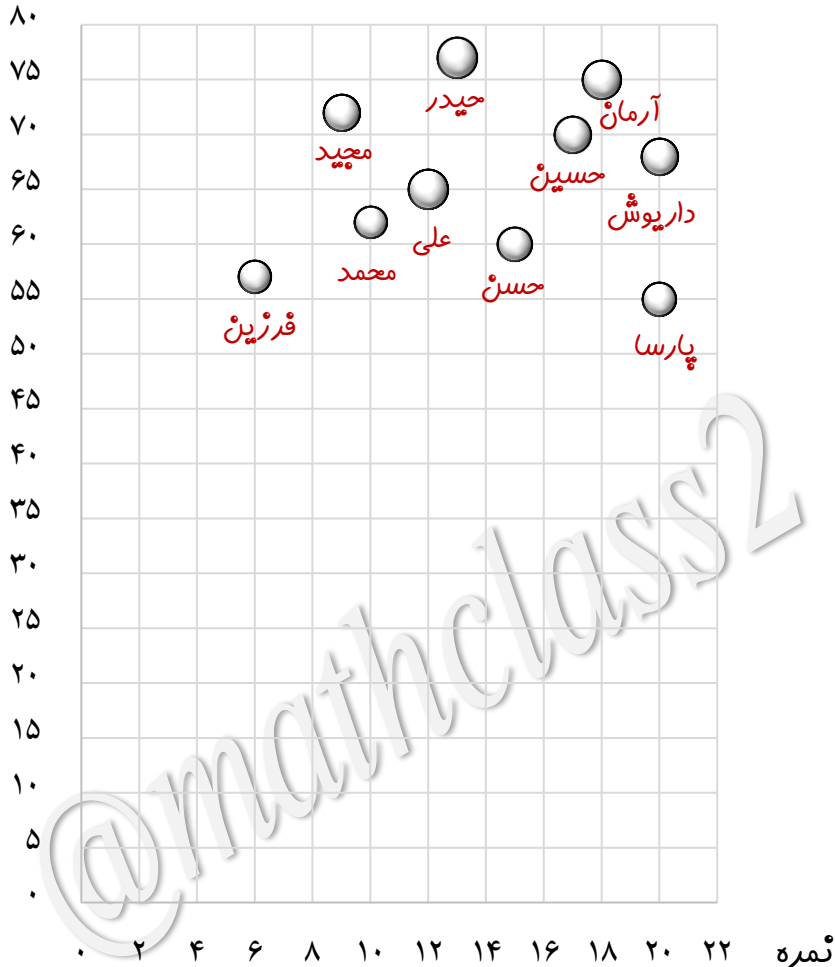
## مراقب باشید که فریب نخورید.

مساحت دایره متناسب با شعاع دایره نیست؛ بلکه متناسب با توان دوم شعاع است. پس اگر شعاع دایره ها را دقیقا متناسب با مقادیر متغیر سوم در نظر بگیریم، اختلاف ظاهری اندازه دایره ها غیر واقعی خواهد بود. برای برطرف کردن این مشکل باید شعاع دایره ها را متناسب با جذر مقادیر متغیر سوم در نظر گرفت.

کار در کلاس صفحه ۱۱۲ کتاب درسی

قد و وزن و نمره درس ریاضی ۱۰ نفر دانش آموزان کلاس را مشابه آنچه در فعالیت قبل دیدید، در یک جدول یادداشت کنید. نمودار حبابی مربوط به آن را درحالی رسم کنید که قد دانش آموزان متغیر سوم باشد.

وزن



نمره ریاضی	وزن (کیلوگرم)	قد (سانتی متر)	نام
۱۲	۶۵	۱۷۰	علی
۱۵	۶۰	۱۵۰	حسن
۱۷	۷۰	۱۶۰	حسین
۲۰	۵۵	۱۴۵	پارسا
۱۸	۷۵	۱۶۵	آرمین
۱۰	۶۲	۱۴۰	محمد
۹	۷۲	۱۵۵	مجید
۱۳	۷۷	۱۷۵	حیدر
۲۰	۶۸	۱۵۸	داریوش
۶	۵۷	۱۴۲	فرزین

کار در کلاس صفحه ۱۱۲ کتاب درسی

قد و وزن و نمره درس ریاضی ۱۰ نفر دانش آموزان کلاس را مشابه آنچه در فعالیت قبل دیدید، در یک جدول یادداشت کنید.

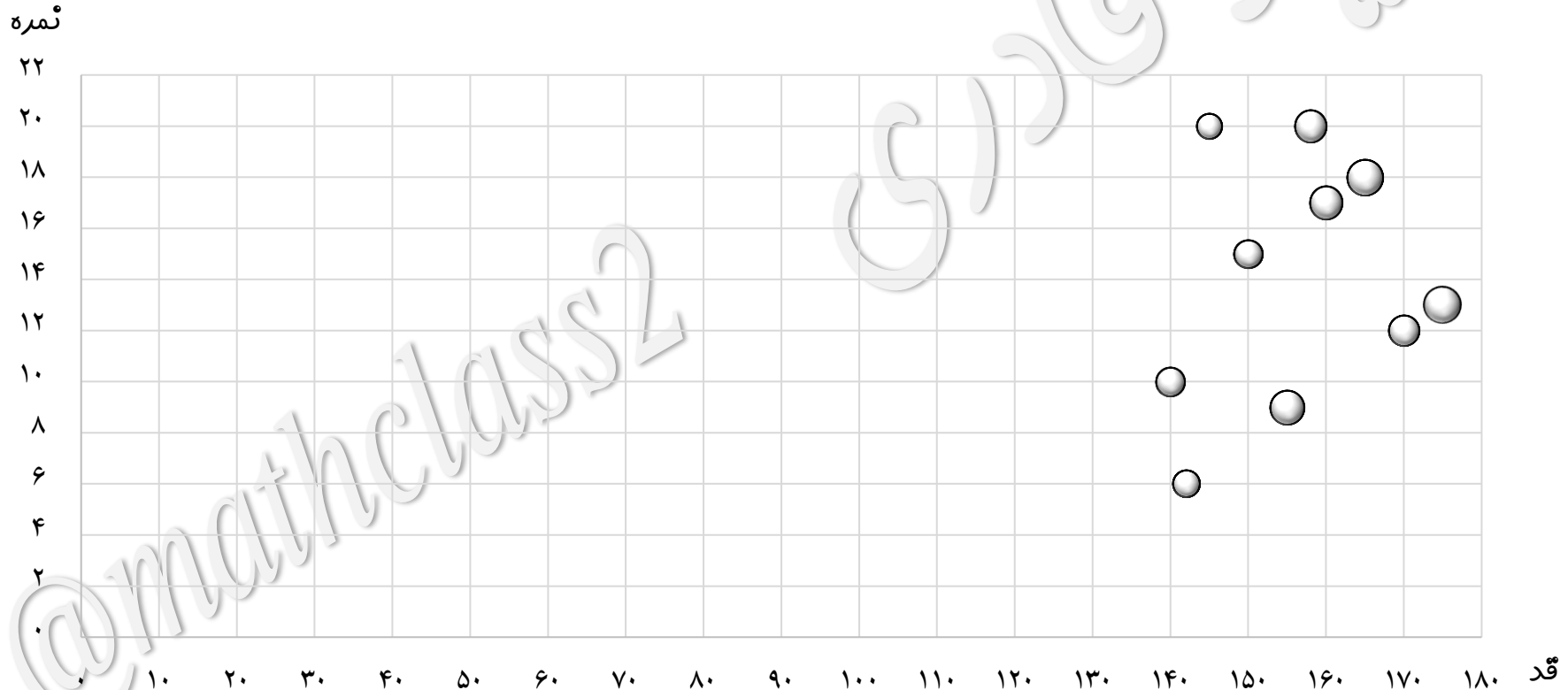
نمودار حبابی مربوط به آن را درحالتی رسم کنید که نمرات متغیر سوم باشند.



کار در کلاس صفحه ۱۱۲ کتاب درسی

قد و وزن و نمره درس ریاضی ۱۰ نفر دانش آموزان کلاس را مشابه آنچه در فعالیت قبل دیدید، در یک جدول یادداشت کنید.

نمودار حبابی مربوط به آن را درحالتی رسم کنید که وزن دانش آموزان متغیر سوم باشد.





## تمرین ۱ صفحه ۱۱۲ کتاب درسی

مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی، متناسب با کدام یک از موارد زیر است؟

(ب) قطر دایره ها

(الف) شعاع دایره ها

گزینه «ت»

(ت) مساحت دایره ها

(پ) محیط دایره ها

## تمرین ۲ صفحه ۱۱۲ کتاب درسی

نمودارهای حبابی برای نمایش چند متغیر عددی در یک نمودار به کار می روند؟

(ب) دو متغیر

(الف) یک متغیر

گزینه «پ»

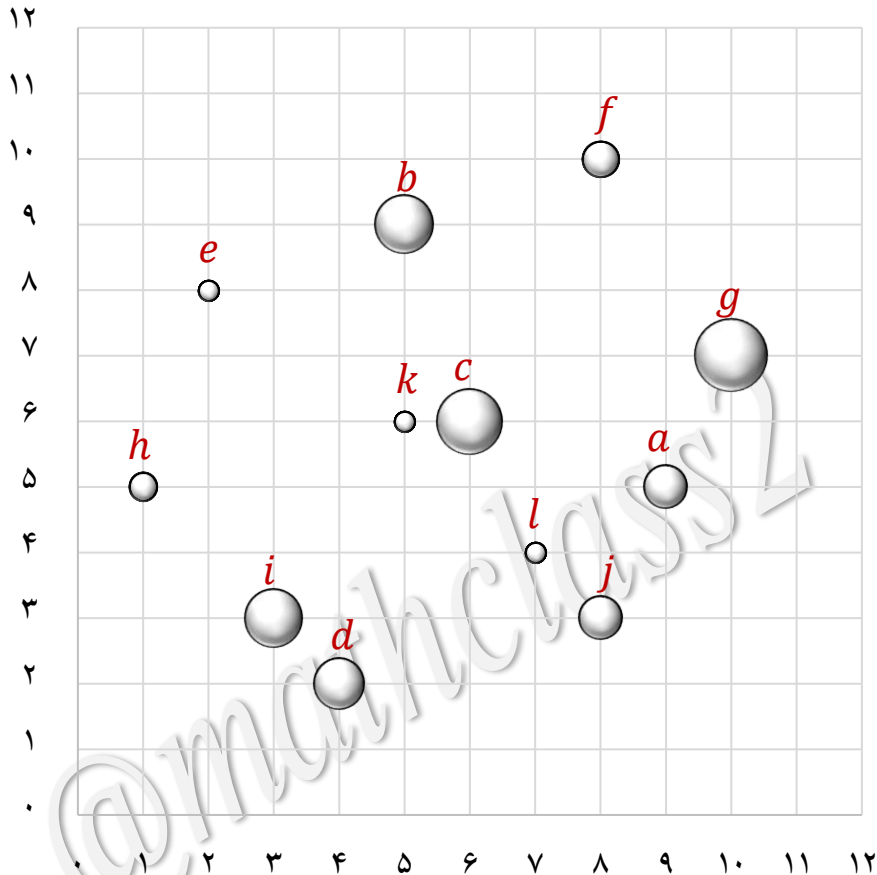
(ت) محدودیتی ندارد

(پ) سه متغیر

تمرین تکمیلی

سوال ۱: جدول زیر امتیازات کسب شده توسط ۱۲ شرکت کننده در سه مرحله از یک مسابقه تلویزیونی را نشان می دهد. نمودار حبابی مربوط به آن را رسم کنید.

امتیاز مرحله ۲



امتیاز مرحله ۱

کد شرکت کننده	مرحله ۱	مرحله ۲	مرحله ۳
a	۹	۵	۶
b	۵	۹	۸
c	۶	۶	۹
d	۴	۲	۷
e	۲	۸	۳
f	۸	۱۰	۵
g	۱۰	۷	۱۰
h	۱	۵	۴
i	۳	۳	۸
j	۸	۳	۶
k	۵	۶	۳
l	۷	۴	۳

صفحه ۱۱۳ کتاب درسی

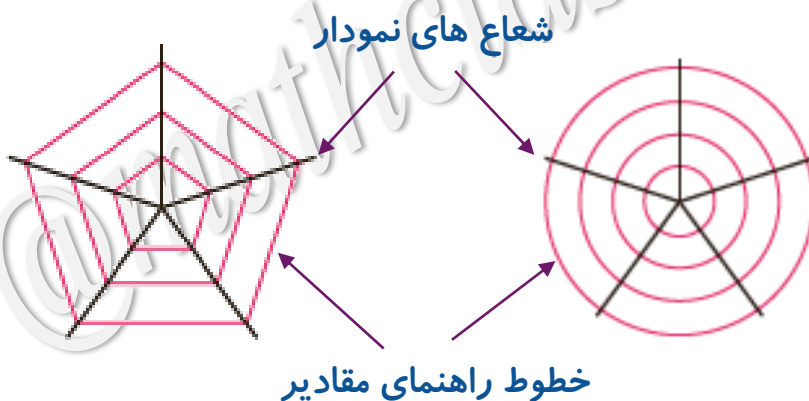
## نمودار راداری یا تار عنکبوتی یا ستاره ای (Radar chart)

نمودار راداری، روشی برای نمایش داده های چندمتغیره در قالب نموداری دوبعدی است. در این نمودار سه متغیر کمی یا بیشتر؛ بر روی نیم خط های مدرج نشان داده می شوند که به شکل پره های چرخ دوچرخه در نقطه ای مرکزی به یکدیگر اتصال دارند و زاویه های یکسان بین هم ایجاد می کنند. از این رو به آن نمودار راداری یا تار عنکبوتی می گویند.

محل قرار گیری و زاویه محورها نسبت به یکدیگر، هیچ اطلاعات خاصی را بیان نمی کند.

په محورهای مدرج نمودار که هر کدام نشان دهنده یک متغییر هستند، اصطلاحاً **شعاع های نمودار راداری** می گویند. در نمودار راداری می توان خطوط راهنمای مقادیر را هم رسم کرد؛ په شرطی که باعث شلوغی نمودار نشود.

شکل های زیر نمونه هایی از نمودار راداری را نشان می دهند.



## اندازه مقدار متغیر مربوط به هر شعاع را چگونه بیابیم؟

برای هر مشاهده، نسبت مقدار متغیر، به بیشینه آن متغیر به ازای همه مشاهده ها، اندازه آن مقدار روی شعاع مربوطه را مشخص می کند.

## مراحل رسم نمودار رادارای

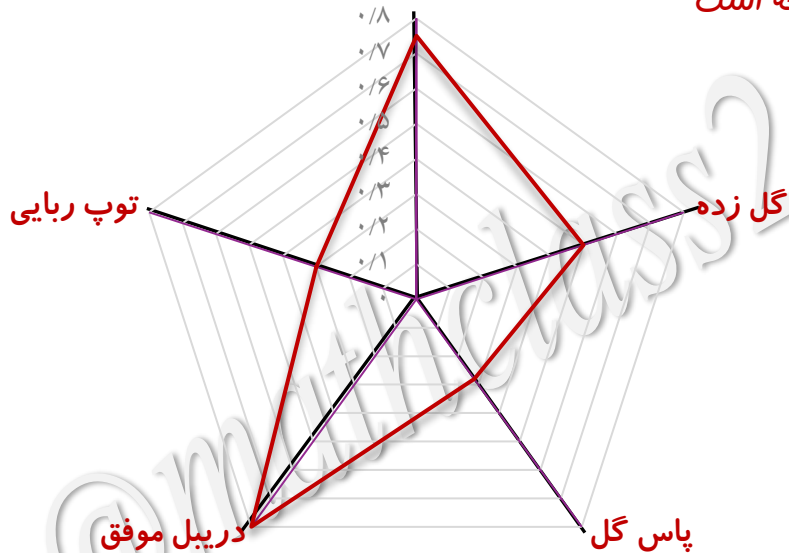
- ۱-  $360$  درجه را بر تعداد متغیرها تقسیم می کنیم تا زاویه بین شعاع های نمودار به دست آید.
- ۲- شعاع ها را بر اساس زاویه حاصل رسم کرده سپس آنها را درجه بندی می کنیم.
- ۳- اندازه مقدار متغیر روی هر شعاع را تعیین کرده و آنها را مشخص می کنیم.
- ۴- نقاط مشخص شده روی شعاع های مجاور به ازای هر مشاهده را به هم وصل می کنیم.

تمرین تکمیلی

سوال ۲: در جدول زیر اطلاعات مربوط به بازیکن یک تیم فوتبال و بیشینه (ماکزیمم) هر متغیر در یک فصل داده شده است. نمودار راداری این بازیکن را رسم کنید.

تعداد بازی	گل زده	پاس گل	دریبل موفق	توپ ربایی
۳۰	۰/۹۵	۰/۵۶	۸۰	۱/۵
۴۰	۱/۹	۲	۱۰۰	۵

تعداد بازی



برای رسم نمودار، ابتدا پنج نیم خط که زاویه بین آنها  $72^\circ = \frac{360}{5}$  درجه است را رسم می کنیم و هر کدام را به یکی از متغیرها نسبت می دهیم. مقدار متغیر روی هر شعاع را تعیین کرده و آنها را مشخص می کنیم.

$$\text{گل زده} : \frac{0.95}{1.9} = 0.5$$

$$\text{تعداد بازی} : \frac{30}{40} = 0.75$$

$$\text{دریبل موفق} : \frac{80}{100} = 0.8$$

$$\text{پاس گل} : \frac{0.56}{2} = 0.28$$

$$\text{توپ ربایی} : \frac{1.5}{5} = 0.3$$

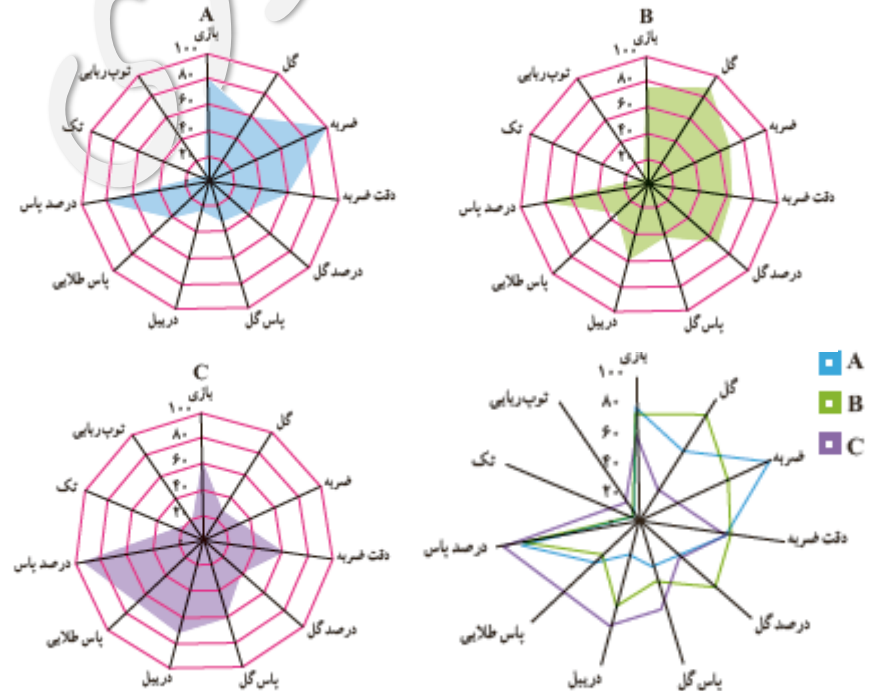
مثال صفحه ۱۱۴ کتاب درسی

نامزدهای نهایی دریافت جایزه «توپ طلا» در سال ۲۰۱۳ میلادی، سه بازیکن A و B و C بودند که در نهایت، جایزه به بازیکن A تعلق گرفت. برای این که ببینیم آیا این انتخاب عادلانه بوده است یا نه، داده های گردآوری شده از این سه بازیکن در طول فصل

۲۰۱۲ - ۲۰۱۳ را بررسی می کنیم.

داده های مربوط به هر سه نفر را در قالب یک نمودار رسم کنیم. اکنون آیا می توانید بگویید که کدام بازیکن، شایستگی بیشتری برای دریافت توپ طلای سال ۲۰۱۳ میلادی داشت؟

متغیر	A	B	C	بیشینه
تعداد بازی	۳۰/۱	۲۹/۱	۲۳/۵	۳۸
گل زده (غیر از پنالتی)	۰/۹۳	۱/۴۴	۰/۴۳	۱/۶
ضربه به سمت دروازه	۷/۷۸	۵/۶	۲/۷۷	۸
دقت ضربه (درصد)	۴۴/۶	۴۹/۱	۴۷/۷	۷۵
ضربه های گل شده (درصد)	۱۴/۵	۲۸	۱۵/۳	۴۰
پاس گل	۰/۳۳	۰/۴۱	۰/۶	۱
دریبل موفق	۱/۸۹	۴/۱۹	۵/۲	۷
پاس طلایی	۲/۰۵	۱/۵۸	۳/۶۶	۵
پاس موفق (درصد)	۷۶/۸	۸۵	۸۷/۸	۹۵
تکل موفق	۰/۴۶	۰/۶۵	۱/۱۵	۶
توپ ربایی	۰/۳	۰/۳۴	۰/۸۹	۶



بازیکن A

بازیکنی موفق تر است که مساحت چند ضلعی ایجاد شده مربوط به آن در نمودار، از سایرین بیشتر باشد.

کار در کلاس صفحه ۱۱۷ کتاب درسی

آموزگارتان شش درس را انتخاب و برای شما به صورت زیر فهرست می کند:

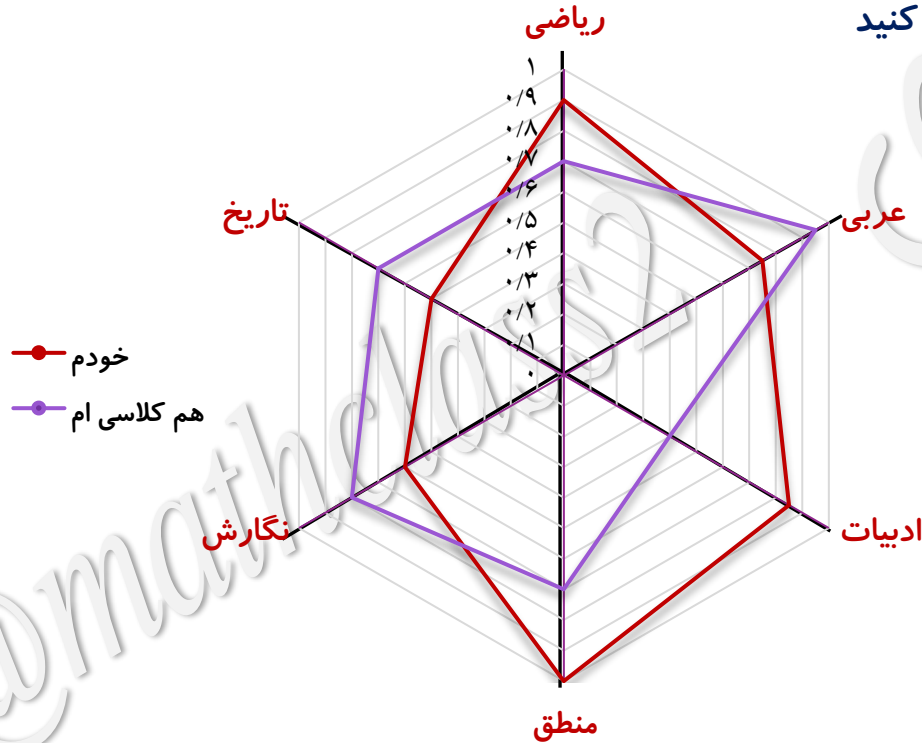
تاریخ	نگارش	منطق	ادبیات	عربی	ریاضی	
۱۰	۶	۱۰	۱۷	۱۵	۱۸	نمرات خودم
۱۴	۸	۷	۸	۱۹	۱۴	نمرات هم کلاسی ام
۲۰	۱۰	۱۰	۲۰	۲۰	۲۰	مقدار بیشینه

الف) نمودار راداری نمره های خود را رسم کنید.

ب) نمودار خود را با یکی دیگر از دانش آموزان ادغام کنید

و با کمک یکدیگر، نمودار جدیدی رسم کنید.

پ) به نظر شما نمره های کدامتان بهتر است؟



نمرات خودم زیرا مساحت ۶ ضلعی مربوط به نمرات من بزرگتر از نمرات هم کلاسی ام است.

## تمرین ۱ صفحه ۱۱۷ کتاب درسی

نمودار راداری برای نمایش داده های چند متغیر کمی به طور همزمان به کار می رود؟

محدودیتی ندارد.

## تمرین ۲ صفحه ۱۱۷ کتاب درسی

زاویه بین شعاع های مجاور در نمودار راداری، چه چیزی را نشان می دهد؟

اگر زاویه بین شعاع های مجاور در نمودار راداری یکسان باشد می توان از روی آن، تعداد متغیرها را تعیین کرد و اطلاعات

دیگری نمی دهد.



## تمرین ۳ صفحه ۱۱۷ کتاب درسی

نمودار راداری چه چیزی به ما می گوید؟

- ✓ کدام مشاهده ها شبیه به یکدیگرند؟
- ✓ آیا داده دورافتاده ای وجود دارد؟
- ✓ مقدار کدام متغیر برای یک مشاهده نسبت به متغیرهای دیگر بیشتر یا کمتر است؟
- ✓ مقدار کدام متغیر برای یک مشاهده نسبت به مشاهده های دیگر بیشتر یا کمتر است؟

@mathclass2

## تمرین ۴ صفحه ۱۱۷ کتاب درسی

کاربرد نمودار راداری در ورزش چیست؟

از این نمودار در ورزش برای نشان دادن میزان مهارت و وضعیت بازیکنان نسبت به یکدیگر استفاده می شود.

## تمرین ۵ صفحه ۱۱۷ کتاب درسی

اگر زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری،  $40^\circ$  درجه باشد، چند متغیر در نمودار حضور دارد؟

$$\frac{360}{x} = 40 \rightarrow x = 9$$

تمرین ۶ صفحه ۱۱۷ کتاب درسی

داده های زیر را که مربوط به شاخص های سلامت است، در قالب یک نمودار راداری نمایش دهید:  
(داده ها برگرفته از گزارش آماری سازمان جهانی بهداشت، سال ۲۰۱۶ میلادی)

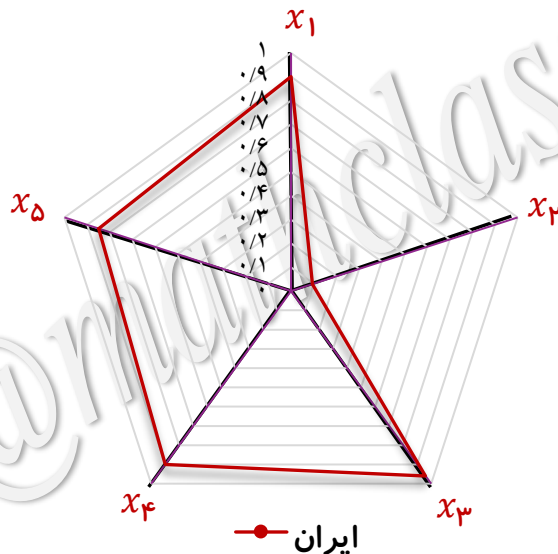
متغیر	ایران	پاکستان	ترکیه	بیشینه
$x_1$ عمر مورد انتظار در بدو تولد (سال)	۷۵/۵	۶۶/۴	۷۵/۸	۸۴
$x_2$ نسبت متخصصان سلامت (به ازای هر ۱۰ هزار نفر جمعیت)	۲۳	۱۴	۴۱/۱	۲۴۵
$x_3$ نسبت جمعیت دارای دسترسی به شبکه فاضلاب	۹۶	۵۲	۹۷	۱۰۰
$x_4$ نسبت جمعیت دارای دسترسی به شبکه فاضلاب	۹۰	۶۴	۹۵	۱۰۰
$x_5$ شاخص آمادگی اجرای مقررات بین المللی سلامت	۸۵	۴۳	۷۸	۱۰۰

برای رسم نمودار، ابتدا پنج نیم خط که زاویه بین آنها  $\frac{360}{5} = 72$  درجه است را رسم می کنیم و هر کدام را به یکی از متغیرها نسبت می دهیم. مقدار متغیر روی هر شعاع را تعیین کرده و آنها را مشخص می کنیم.

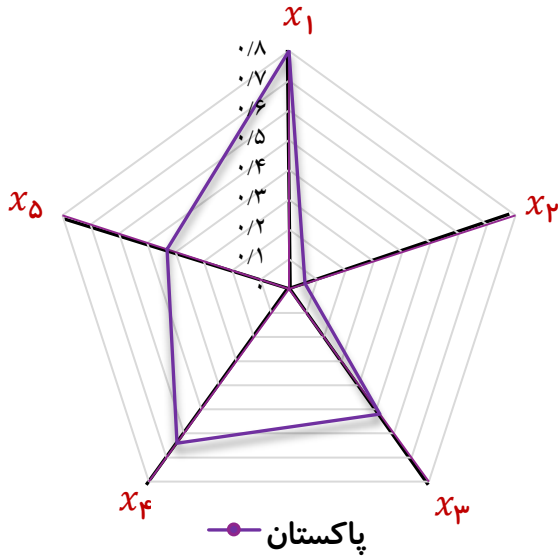
$$x_1 \text{ مقدار متغیر: } \frac{75.5}{84} \cong 0.9 \qquad x_2 \text{ مقدار متغیر: } \frac{23}{245} \cong 0.094$$

$$x_3 \text{ مقدار متغیر: } \frac{96}{100} = 0.96 \qquad x_4 \text{ مقدار متغیر: } \frac{90}{100} = 0.9$$

$$x_5 \text{ مقدار متغیر: } \frac{85}{100} = 0.85$$



تمرین ۶ صفحه ۱۱۷ کتاب درسی

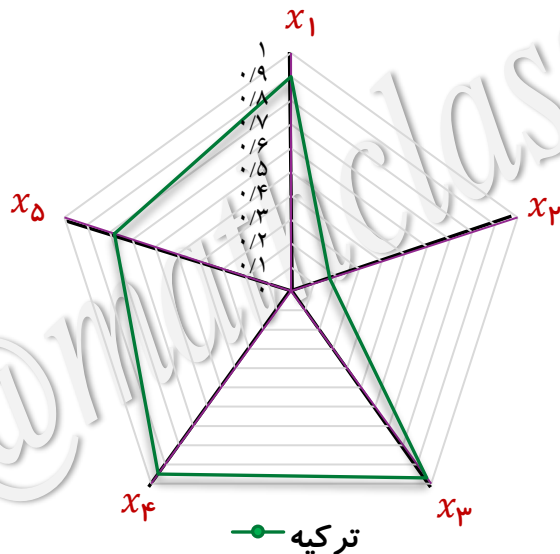


برای رسم نمودار، ابتدا پنج نیم خط که زاویه بین آنها  $72 = \frac{360}{5}$  درجه است را رسم می کنیم و هر کدام را به یکی از متغیرها نسبت می دهیم. مقدار متغیر روی هر شعاع را تعیین کرده و آنها را مشخص می کنیم.

$$x_1 \text{ مقدار متغیر: } \frac{6614}{84} \cong 0.78 \quad x_2 \text{ مقدار متغیر: } \frac{114}{245} \cong 0.4657$$

$$x_3 \text{ مقدار متغیر: } \frac{52}{100} = 0.52 \quad x_4 \text{ مقدار متغیر: } \frac{64}{100} = 0.64$$

$$x_5 \text{ مقدار متغیر: } \frac{43}{100} = 0.43$$



برای رسم نمودار، ابتدا پنج نیم خط که زاویه بین آنها  $72 = \frac{360}{5}$  درجه است را رسم می کنیم و هر کدام را به یکی از متغیرها نسبت می دهیم. مقدار متغیر روی هر شعاع را تعیین کرده و آنها را مشخص می کنیم.

$$x_1 \text{ مقدار متغیر: } \frac{7518}{84} \cong 0.89 \quad x_2 \text{ مقدار متغیر: } \frac{411}{245} \cong 0.167$$

$$x_3 \text{ مقدار متغیر: } \frac{97}{100} = 0.97 \quad x_4 \text{ مقدار متغیر: } \frac{95}{100} = 0.95$$

$$x_5 \text{ مقدار متغیر: } \frac{78}{100} = 0.78$$

# پایان درس دوم

