



درسنامہ مبحث

سہمی

ریاضی دہم

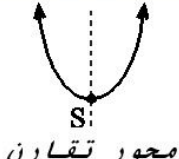
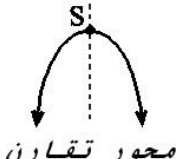


kanoon_10r



kanoonir_10r

◆ تعریف، رأس و محور تقارن سهمی ◆

$y = ax^2 + bx + c$	
$a > 0$	$a < 0$
 <p>محور تقارن</p>	 <p>محور تقارن</p>

تعریف سهمی: نمودار هر معادله به شکل کلی $y = ax^2 + bx + c$ که در آن $a \neq 0$ است را یک سهمی می‌نامیم. نمودار آن به یکی از دو شکل مقابل است.

رأس سهمی: نقطه‌ی S در شکل‌های روبه‌رو را رأس سهمی می‌نامیم.

محور تقارن: خطی موازی محور y ‌ها و گذرنده از رأس سهمی را محور تقارن سهمی می‌نامیم. بدیهی است این خط بر محور x ‌ها عمود است.

تذکر ◀ اگر $a > 0$ باشد، رأس سهمی پایین‌ترین نقطه‌ی سهمی است و نمودار سهمی رو به بالا باز می‌شود.

اگر $a < 0$ باشد، رأس سهمی بالاترین نقطه‌ی سهمی است و نمودار سهمی رو به پایین باز می‌شود.

◆ معادله‌ی سهمی، تعیین رأس و محور تقارن آن ◆

معادله‌ی یک سهمی را به صورت $y = a(x-h)^2 + k$ که در آن $a \neq 0$ است، نمایش می‌دهیم. در این معادله، محور تقارن، خط $x = h$ و رأس آن به مختصات $S(h, k)$ است.

■ **مثال:** مختصات رأس و محور تقارن سهمی $y = -2(x+1)^2 + 3$ را بیابید.

◀ **حل:** رأس به مختصات $S(-1, 3)$ و محور تقارن به معادله‌ی $x = -1$ است.

تذکر ◀ در معادله‌ی سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ، با تبدیل معادله به شکل مربع کامل داریم:

$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

با مقایسه‌ی این معادله با معادله‌ی $y = a(x-h)^2 + k$ ، رأس سهمی به مختصات $S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$



و محور تقارن آن به معادله‌ی $x = \frac{-b}{2a}$ است. بنابراین داریم:

معادله	مختصات رأس	محور تقارن
$y = a(x-h)^2 + k$	$S(h, k)$	$x = h$
$y = ax^2 + bx + c$	$S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$	$x = \frac{-b}{2a}$

◆ رسم نمودار سهمی ◆

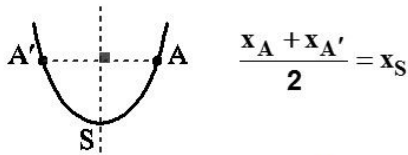
برای شناسایی معادله‌ی یک سهمی در تستها، وقتی نمودار آن در اختیار باشد به نکات زیر توجه کنید.

1 تعیین پایین‌ترین (بالترین) نقطه‌ی نمودار: با مشخص کردن a ، پایین‌ترین (بالترین)

نقطه‌ی نمودار را معلوم می‌کنیم. اگر $a > 0$ باشد، نمودار به شکل  و اگر $a < 0$ باشد نمودار به شکل  است.

2 محور تقارن سهمی: خط به معادله‌ی $x = \frac{-b}{2a}$ ، محور تقارن سهمی $y = ax^2 + bx + c$ است.

تذکر ◀ با توجه به نمودار زیر، قرینه‌ی هر نقطه‌ی سهمی نسبت به محور تقارن، بر روی خود سهمی قرار دارد. به عبارت دیگر:

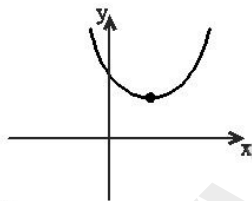


تذکر ◀ محور تقارن سهمی به معادله‌ی $y = a(x-x_1)(x-x_2)$ ، خط به معادله‌ی $x = \frac{x_1+x_2}{2}$ است

که در آن x_1 و x_2 محل تلاقی سهمی با محور x هاست.

3 رأس سهمی: با توجه به نمودار، علامت طول رأس سهمی را مشخص می‌کنیم.

■ **مثال:** معادله‌ی نمودار سهمی شکل زیر، کدام می‌تواند باشد؟



$$y = x^2 + 4x + 3 \quad (2)$$

$$y = x^2 - 4x + 3 \quad (1)$$

$$y = -x^2 + 4x + 3 \quad (4)$$

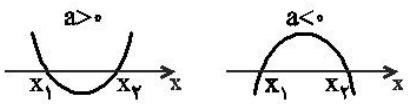
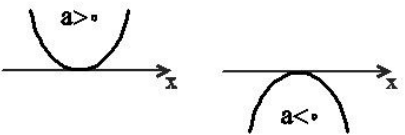
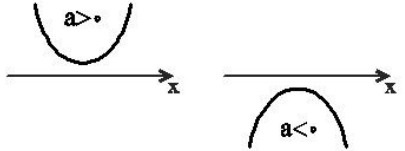
$$y = -x^2 - 4x + 3 \quad (3)$$

حل: با توجه به نمودار، چون سهمی رو به بالا باز می‌شود، باید ضریب x^2 مثبت باشد، پس یکی از گزینه‌های 1 یا 2 می‌توانند درست باشند، از طرفی طول رأس، مثبت است که فقط در گزینه‌ی (1)، طول رأس مثبت است و گزینه‌ی (1) درست است.

4 محل تلاقی سهمی با محور y ها: هر نقطه به مختصات $(0, c)$ بر روی محور y هاست.

بنابراین برای یافتن محل تلاقی سهمی با محور y ها، کافی است در معادله‌ی آن به جای x ، صفر قرار دهیم.

5 محل تلاقی سهمی با محور x ها: هر نقطه به مختصات $(n, 0)$ بر روی محور x ها است. بنابراین برای یافتن محل تلاقی سهمی با محور x ها، کافی است معادله $y=0$ را حل کنیم. در این حالت در معادله $y=ax^2+bx+c$ ، سه حالت ممکن است.

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
		
<p>نمودار محور x ها را در دو نقطه قطع می‌کند.</p>	<p>نمودار از بالا یا پایین بر روی محور x ها قرار می‌گیرد.</p>	<p>نمودار محور x ها را قطع نمی‌کند.</p>